



Выходи решать! 2022. Сборник задач и решений

Информатика

Задачи типа А (первая задача контрольной)

Задача А (Переходный возраст). Обычно Леша пишет код медленно, тратя по 35 секунд на одну строчку кода. Недавно у Леша начался переходный возраст и он стал часто прибегать к копированию строк, написанных им ранее, несмотря на наставления опытных учителей. Теперь он копирует каждую третью строчку кода и тратит на это всего 5 секунд. Сколько целых часов ему потребуется для разработки программы из 1135 строк кода? Ответ необходимо округлить вниз.

Решение задачи А. Общее количество строк, которые скопирует Леша, равняется $\left\lfloor \frac{1135}{3} \right\rfloor = 378$. Значит, количество строк, которые он напишет полностью, равняется $1135 - 378 = 757$. Согласно условию, получаем количество целых часов $\left\lfloor \frac{378 \cdot 5 + 757 \cdot 35}{60 \cdot 60} \right\rfloor = 7$.

Ответ. 7

Задача А (Милый братик). Миша очень увлекается программированием. Каждое утро он садится за компьютер и пишет код, а ближе к вечеру заканчивает, максимум написав 360 строк за этот день. Брат Миши любит проказничать, потому вечером каждого дня после того, как Миша идет спать, прокрадывается к его компьютеру и удаляет 10 последних строк. Сегодня утром Миша начинает проект объемом в 1753 строчки кода в котором у него еще не написано ни одной строки. Определите, какое минимальное количество дней потребуется Мише на работу, если его братик будет проказничать вечером каждого дня. Если Миша заканчивает проект в течение какого-то дня, то он отправляет его на GitHub и его брат уже не сможет в этот день напроказничать.

Решение задачи А. Поскольку в последний день брат Миши не сможет ничего удалить, вычислим количество строк, при написании которых брат проказничал: $1753 - 360 = 1393$. Найдем количество дней, необходимых для их написания: $\left\lceil \frac{1393}{360-10} \right\rceil = 4$ дня. Затем учтем день, в течение которого Миша гарантированно закончит проект, прибавив к ответу один. Задачу можно решать и моделированием процесса, вычисляя количество уже написанных строк к началу следующего дня.

Ответ. 5



Задача А (Переходный возраст). Обычно Витя пишет код медленно, тратя по 47 секунд на одну строчку кода. Недавно у Вити начался переходный возраст и он стал часто прибегать к копированию строк, написанных им ранее, несмотря на наставления опытных учителей. Теперь он копирует каждую шестую строчку кода и тратит на это всего 2 секунды. Сколько целых часов ему потребуется для разработки программы из 1532 строк кода? Ответ необходимо округлить вниз.

Решение задачи А. Общее количество строк, которые скопирует Витя, равняется $\left\lfloor \frac{1532}{6} \right\rfloor = 255$. Значит, количество строк, которые он напишет полностью, равняется $1532 - 255 = 1277$. Согласно условию, получаем количество целых часов $\left\lfloor \frac{255 \cdot 2 + 1277 \cdot 47}{60 \cdot 60} \right\rfloor = 16$.

Ответ. 16

Задача А (Милый братик). Миша очень увлекается программированием. Каждое утро он садится за компьютер и пишет код, а ближе к вечеру заканчивает, максимум написав 230 строк за этот день. Брат Миши любит проказничать, потому вечером каждого дня после того, как Миша идет спать, прокрадывается к его компьютеру и удаляет 35 последних строк. Сегодня утром Миша начинает проект объемом в 1525 строчек кода, в котором у него еще не написано ни одной строки. Определите, какое минимальное количество дней потребуется Мише на работу, если его братик будет проказничать вечером каждого дня. Если Миша заканчивает проект в течение какого-то дня, то он отправляет его на GitHub, и его брат уже не сможет в этот день напроказничать.

Решение задачи А. Т.к. в последний день брат Миши удалить строки уже не сможет, вычислим количество строк, при написании которых брат проказничал: $1525 - 230 = 1295$. Найдем количество дней, необходимых для их написания: $\left\lceil \frac{1295}{230-35} \right\rceil = 7$ дней. Затем учтем день, в течение которого Миша гарантированно закончит проект, прибавив к ответу один. Задачу можно решать и моделированием процесса, вычисляя количество уже написанных строк к началу следующего дня.

Ответ. 8

Задача А (Милый братик). Миша очень увлекается программированием. Каждое утро он садится за компьютер и пишет код, а ближе к вечеру заканчивает, максимум написав 470 строк за этот день. Брат Миши любит проказничать, потому вечером каждого дня после того, как Миша идет спать, прокрадывается к его компьютеру и удаляет 30 последних строк. Сегодня утром Миша начинает проект объемом в 2500 строчек кода, в котором у него еще не написано ни одной строки. Определите, какое минимальное количество дней потребуется Мише на работу, если его братик будет проказничать вечером каждого дня. Если Миша заканчивает проект в течение какого-то дня, то он отправляет его на GitHub, и его брат уже не сможет в этот день напроказничать.

Решение задачи А. В. Т.к. в последний день брат Миши удалить строки уже не сможет, вычислим количество строк, при написании которых брат Миши проказничал: $2500 -$



$470 = 2030$. Найдем количество дней, необходимых для их написания: $\left\lceil \frac{2030}{470-30} \right\rceil = 5$ дней.
Затем учтем день, в течение которого Миша гарантированно закончит проект, прибавив к ответу один. Задачу можно решать и моделированием процесса, вычисляя количество уже написанных строк к началу следующего дня.

Ответ. 6



Задачи типа В (вторая задача контрольной)

Задача В (Передача сообщений). Археологи всё-таки расшифровали тайну древних инков и теперь передают информацию в Кремль. В течение 4 секунд было передано сообщение, объём которого составил 940 байт. Сколько символов содержит алфавит, при помощи которого было передано данное сообщение, если скорость передачи составляет 376 символов в секунду? Каждый символ кодируется с помощью одинакового и минимально возможного количества бит.

Решение задачи В. За 1 секунду передаётся $940 / 4 = 235$ байт = 1880 бит. Так как скорость передачи составляет 376 символов в секунду, каждый символ кодируется 5 битами. Следовательно, алфавит содержит $2^5 = 32$ символа.

Примечание: если алфавит содержит больше 16, но меньше 32 символов, потребуется также 5 бит. Поэтому также принимались ответы, в которых был указан «диапазон от 17 до 32 символов»

Ответ. 32, «от 17 до 32»

Задача В (Передача сообщений). Археологи всё-таки расшифровали тайну древних инков и теперь передают информацию в Кремль. В течение 5 секунд было передано сообщение, объём которого составил 750 байт. Сколько символов содержит алфавит, при помощи которого было передано данное сообщение, если скорость передачи составляет 200 символов в секунду? Каждый символ кодируется с помощью одинакового и минимально возможного количества бит.

Решение задачи В. За 1 секунду передаётся $750 / 5 = 150$ байт = 1200 бит. Так как скорость передачи составляет 200 символов в секунду, каждый символ кодируется 6 битами. Следовательно, алфавит содержит $2^6 = 64$ символа.

Замечание. Если алфавит содержит больше 32, но меньше 64 символов (напр. 33), то чтобы записать одну его букву также понадобится 6 бит. Поэтому принимались также ответы, в которых был указан диапазон «от 33 до 64 символов»

Ответ. 64, «от 33 до 64».

Задача В (Передача сообщений). Археологи всё-таки расшифровали тайну древних инков и теперь передают информацию в Кремль. Определите скорость передачи по каналу связи (количество символов в секунду), если за 3 секунды было передано 357 байт. Известно, что археологи использовали алфавит, который содержит ровно 128 символов. Каждый символ кодируется с помощью одинакового и минимально возможного количества бит.



Решение задачи В. За 1 секунду передаётся $357 / 3 = 119$ байт = 952 бита. Информационный объём символа вычисляется по формуле $\log_2 128 = 7$ бит/символ. Значит, в секунду по каналу связи передают $952 / 7 = 136$ символов.

Ответ. 136

Задача В (Передача сообщений). Археологи всё-таки расшифровали тайну древних инков и теперь передают информацию в Кремль. В течение 7 секунд было передано сообщение, объём которого составил 378 байт. Сколько символов содержит алфавит, при помощи которого было передано данное сообщение, если скорость передачи составляет 48 символов в секунду? Каждый символ кодируется с помощью одинакового и минимально возможного количества бит.

Решение задачи В. За 1 секунду передаётся $378 / 7 = 54$ байта = 432 бита. Значит каждый символ кодируется $432 / 48 = 9$ битами. Известно, что размер алфавита в таком случае равен $N = 2^9 = 512$ символов.

Примечание: Примечание: если алфавит содержит больше 256, но меньше 512 символов, потребуется также 9 бит. Поэтому также принимались ответы, в которых был указан «диапазон от 257 до 512 символов»

Ответ. 512, «от 257 до 512»

Задача В (Передача сообщений). Археологи всё-таки расшифровали тайну древних инков и теперь передают информацию в Кремль. Определите скорость передачи по каналу связи (количество символов в секунду), если за 5 секунд было передано 380 байт. Известно, что археологи использовали алфавит, который содержит ровно 256 символов. Каждый символ кодируется с помощью одинакового и минимально возможного количества бит.

Решение задачи В. За 1 секунду передаётся $380 / 5 = 76$ байт = 608 бит. Информационный объём символа вычисляется по формуле $\log_2 256 = 8$ бит/символ. Значит, в секунду по каналу связи передают $608 / 8 = 76$ символов.

Ответ. 76



Задачи типа С (третья задача контрольной)

Задача С (Испытания Perseverance). В 2019 году специалисты NASA начали испытания нового марсохода Perseverance. Его поместили в изолированный бокс, который представлял из себя прямоугольное клеточное поле 7×7 (см. рисунок). Перед марсоходом была поставлена простая задача: добраться из точки S, в которой он находился в начале испытания, в точку F, посетив при этом минимально возможное число клеток (на Марсе робот будет передвигаться медленно, потому нужно экономить время). На красной планете также могут быть опасные глыбы и кратеры, потому в некоторые клетки бокса заходить запрещено. На рисунке они помечены знаком X.

К сожалению, во время старта испытаний с Perseverance случилось беда: заел передний датчик ориентации. Теперь марсоход способен двигаться только вперед. Находясь в клетке, робот перед началом движения может либо повернуть направо, либо повернуться вокруг своей оси, меняя направление движения на противоположное, либо сохранить прежнее направление движения, после этого он обязан переместиться в следующую перед собой клетку. Таким образом, марсоход не имеет возможности поворачивать налево, не покидая текущую клетку. В сложившихся обстоятельствах, помогите команде NASA узнать, какова длина кратчайшего пути из S в F (сколько переходов между клетками придется сделать). В клетке S марсоход может быть повернут в любую сторону.

X	X	X			X	X
X						
				X		
			X	F		
S				X		
						X
X						X

Решение задачи С.

X	X	X			X	X
X		7	8	9	10	
2	3	4,6		X	11	
1		5	X	13	12	
0				X		
						X
X						X

X	X	X			X	X
X	6	7	8	9	10	
	5			X	11	
	4		X	13	12	
0	1,3			X		
	2					X
X						X

Ответ. 13

Задача С (Испытания Perseverance). В 2019 году специалисты NASA начали испытания нового марсохода Perseverance. Его поместили в изолированный бокс, который представлял из себя прямоугольное клеточное поле 7×7 (см. рисунок). Перед марсоходом была поставлена простая задача: добраться из точки S, в которой он находился в начале



испытания, в точку F, посетив при этом минимально возможное число клеток (на Марсе робот будет передвигаться медленно, потому что нужно экономить время). На красной планете также могут быть опасные глыбы и кратеры, потому что в некоторые клетки бокса заходить запрещено. На рисунке они помечены знаком X.

К сожалению, во время старта испытаний с Perseverance случилось беда: заел передний датчик ориентации. Теперь марсоход способен двигаться только вперед. Находясь в клетке, робот перед началом движения может либо повернуть налево, либо повернуться вокруг своей оси, меняя направление движения на противоположное, либо сохранить прежнее направление движения, после этого он обязан переместиться в следующую перед собой клетку. Таким образом, марсоход не имеет возможности поворачивать направо, не покидая текущую клетку. В сложившихся обстоятельствах, помогите команде NASA узнать, какова длина кратчайшего пути из S в F (сколько переходов между клетками придется сделать). В клетке S марсоход может быть повернут в любую сторону.

	X				X	X
				F		
				X		
			X		X	
S						
X	X	X	X			X

Решение задачи C.

	X				X	X
	6	5.7	8	9		
		4		X		
		3	X		X	
0	1	2				
X	X	X	X			X

4	X				X	X
3.5	6	7	8	9		
2				X		
1			X		X	
0						
X	X	X	X			X

Ответ. 9

Задача C (Испытания Perseverance). В 2019 году специалисты NASA начали испытания нового марсохода Perseverance. Его поместили в изолированный бокс, который представлял из себя прямоугольное клеточное поле 7×7 (см. рисунок). Перед марсоходом была поставлена простая задача: добраться из точки S, в которой он находился в начале испытания, в точку F, посетив при этом минимально возможное число клеток (на Марсе робот будет передвигаться медленно, потому что нужно экономить время). На красной планете также могут быть опасные глыбы и кратеры, потому что в некоторые клетки бокса заходить запрещено. На рисунке они помечены знаком X.

К сожалению, во время старта испытаний с Perseverance случилось беда: заел передний датчик ориентации. Теперь марсоход способен двигаться только вперед. Находясь в клетке,



робот перед началом движения может либо повернуть налево, либо повернуться вокруг своей оси, меняя направление движения на противоположное, либо сохранить прежнее направление движения, после этого он обязан переместиться в следующую перед собой клетку. Таким образом, марсоход не имеет возможности поворачивать направо, не покидая текущую клетку. В сложившихся обстоятельствах, помогите команде NASA узнать, какова длина кратчайшего пути из S в F (сколько переходов между клетками придется сделать). В клетке S марсоход может быть повернут в любую сторону.

X	X	X		X	X	X
X					F	X
		X				
			X			
	S	X			X	
		X	X			

Решение задачи С.

X	X	X		X	X	X
X			9	8,10	11	X
		X		7		
			X	6		
	0	X		5	X	
	1	2	3	4		
		X	X			

Ответ. 11

Задача С (Испытания Perseverance). В 2019 году специалисты NASA начали испытания нового марсохода Perseverance. Его поместили в изолированный бокс, который представлял из себя прямоугольное клеточное поле 7 x 7 (см. рисунок). Перед марсоходом была поставлена простая задача: добраться из точки S, в которой он находился в начале испытания, в точку F, посетив при этом минимально возможное число клеток (на Марсе робот будет передвигаться медленно, потому нужно экономить время). На красной планете также могут быть опасные глыбы и кратеры, потому в некоторые клетки бокса заходить запрещено. На рисунке они помечены знаком X.

К сожалению, во время старта испытаний с Perseverance случилась беда: заел передний датчик ориентации. Находясь в клетке, робот перед началом движения может либо повернуть направо, либо повернуться вокруг своей оси, меняя направление движения на противоположное, либо сохранить прежнее направление движения, после этого он обязан переместиться в следующую перед собой клетку. Таким образом, марсоход не имеет возможности поворачивать налево, не покидая текущую клетку. В сложившихся обстоятельствах, помогите команде NASA узнать, какова длина кратчайшего пути из S в F (сколько переходов между клетками придется сделать). В клетке S марсоход может быть повернут в любую сторону.



X	X	X		X	X	X
X					F	X
		X				
	X		X			
S		X			X	X
		X	X			

Решение задачи С.

X	X	X		X	X	X
X				13	14	X
		X		12		
	X		X	11		
0		X		10	X	X
1.3	4	5	6	7.9		
2		X	X	8		

Ответ. 14

Задача С (Испытания Perseverance). В 2019 году специалисты NASA начали испытания нового марсохода Perseverance. Его поместили в изолированный бокс, который представлял из себя прямоугольное клеточное поле 7 x 7 (см. рисунок). Перед марсоходом была поставлена простая задача: добраться из точки S, в которой он находился в начале испытания, в точку F, посетив при этом минимально возможное число клеток (на Марсе робот будет передвигаться медленно, потому нужно экономить время). На красной планете также могут быть опасные глыбы и кратеры, потому в некоторые клетки бокса заходить запрещено. На рисунке они помечены знаком X.

К сожалению, во время старта испытаний с Perseverance случилась беда: заел передний датчик ориентации. Находясь в клетке, робот перед началом движения может либо повернуть направо, либо повернуться вокруг своей оси, меняя направление движения на противоположное, либо сохранить прежнее направление движения, после этого он обязан переместиться в следующую перед собой клетку. Таким образом, марсоход не имеет возможности поворачивать налево, не покидая текущую клетку. В сложившихся обстоятельствах, помогите команде NASA узнать, какова длина кратчайшего пути из S в F (сколько переходов между клетками придется сделать). В клетке S марсоход может быть повернут в любую сторону.

					X	X
	X	X		F		
				X		
			X			
			S			X
X		X	X			X



Решение задачи С.

					X	X
	X	X		10	7.9	8
				X	6	
			X		5	
			0	1	2.4	X
					3	
X		X	X			X

Ответ. 10



Задачи типа D (четвёртая задача контрольной)

Задача D (Тайна древних инков). Археологи во время раскопок в городе древних инков обнаружили странное равенство на гробнице одного из правителей:

$$286_q = 880_p.$$

Ученые считают, что буквы p и q обозначают основания некоторых систем счисления. Помогите им узнать, каковы минимально возможные значения переменных p и q , чтобы записанное равенство выполнялось. В строку ответа запишите два числа через пробел: сначала минимально возможное значение p , затем – минимальное q . Если минимальных значений у переменных нет, введите в строку ответа слово «нет» (без кавычек).

Решение задачи D. Записав уравнение в 10-ой системе счисления, получаем, что:

$$2q^2 + 8q + 6 = 8p^2 + 8p \Rightarrow q^2 + 4q + 3 + 1 = 4p^2 + 4p + 1 \Rightarrow (q + 2)^2 = (2p + 1)^2 \\ \Rightarrow q + 2 = 2p + 1 \Rightarrow q = 2p - 1.$$

Чтобы записи чисел существовали в p -ой и q -ой системах, должны выполняться неравенства $p \geq 9$, $q \geq 9$. Эти неравенства обосновывают предпоследний переход в приведенных вычислениях (обе скобки положительны). Отсюда получаем, что $p_{\min} = 9$, $q_{\min} = 17$.

Ответ. 9 17

Задача D (Тайна древних инков). Археологи во время раскопок в городе древних инков обнаружили странное равенство на гробнице одного из правителей:

$$120_p = 483_q.$$

Ученые считают, что буквы p и q обозначают основания некоторых систем счисления. Помогите им узнать, каковы минимально возможные значения переменных p и q , чтобы записанное равенство выполнялось. В строку ответа запишите два числа через пробел: сначала минимально возможное значение p , затем – минимальное q . Если минимальных значений у переменных нет, введите в строку ответа слово «нет» (без кавычек).

Решение задачи D. Записав уравнение в 10-ой системе счисления, получаем, что:

$$p^2 + 2p = 4q^2 + 8q + 3 \Rightarrow (p + 1)^2 = (2q + 2)^2 \Rightarrow p + 1 = 2q + 2 \Rightarrow p = 2q + 1.$$

Чтобы записи чисел существовали в p -ой и q -ой системах, должны выполняться неравенства $p \geq 3$, $q \geq 9$. Эти неравенства обосновывают предпоследний переход в приведенных вычислениях (обе скобки положительны). Откуда получаем, что $q_{\min} = 9$, $p_{\min} = 19 \geq 3$.

Ответ. 19 9



Задача D (Тайна древних инков). Археологи во время раскопок в городе древних инков обнаружили странное равенство на гробнице одного из правителей:

$$243_q = 883_p.$$

Ученые считают, что буквы p и q обозначают основания некоторых систем счисления. Помогите им узнать, каковы минимально возможные значения переменных p и q , чтобы записанное равенство выполнялось. В строку ответа запишите два числа через пробел: сначала минимально возможное значение p , затем – минимальное q . Если минимальных значений у переменных нет, введите в строку ответа слово «нет» (без кавычек).

Решение задачи D. Записав уравнение в 10-ой системе счисления, получаем, что:

$$2q^2 + 4q + 3 = 8p^2 + 8p + 3 \Rightarrow q^2 + 2q + 1 = 4p^2 + 4p + 1 \Rightarrow (q + 1)^2 = (2p + 1)^2 \Rightarrow q + 1 = 2p + 1 \Rightarrow q = 2p.$$

Чтобы записи чисел существовали в p -ой и q -ой системах, должны выполняться неравенства $p \geq 9$, $q \geq 5$. Эти неравенства обосновывают предпоследний переход в приведенных вычислениях (обе скобки положительны). Откуда получаем, что $p_{\min} = 9$, $q_{\min} = 18 \geq 5$.

Ответ. 9 18

Задача D (Тайна древних инков). Археологи во время раскопок в городе древних инков обнаружили странное равенство на гробнице одного из правителей:

$$120_q = 143_p.$$

Ученые считают, что буквы p и q обозначают основания некоторых систем счисления. Помогите им узнать, каковы минимально возможные значения переменных p и q , чтобы записанное равенство выполнялось. В строку ответа запишите два числа через пробел: сначала минимально возможное значение p , затем – минимальное q . Если минимальных значений у переменных нет, введите в строку ответа слово «нет» (без кавычек).

Решение задачи C. Записав уравнение в 10-ой системе счисления, получаем, что:

$$q^2 + 2q = p^2 + 4p + 3 \Rightarrow (q + 1)^2 = (p + 2)^2 \Rightarrow q + 1 = p + 2 \Rightarrow q = p + 1.$$

Чтобы записи чисел существовали в p -ой и q -ой системах, должны выполняться неравенства: $p \geq 5$, $q \geq 3$. Эти неравенства обосновывают второй переход в приведенных вычислениях (обе скобки положительны). Отсюда получаем, что $p_{\min} = 5$, $q_{\min} = 5 + 1 = 6 \geq 3$.

Ответ. 5 6



Задача D (Тайна древних инков). Археологи во время раскопок в городе древних инков обнаружили странное равенство на гробнице одного из правителей:

$$883_q = 289_p.$$

Ученые считают, что буквы p и q обозначают основания некоторых систем счисления. Помогите им узнать, каковы минимально возможные значения переменных p и q , чтобы записанное равенство выполнялось. В строку ответа запишите два числа через пробел: сначала минимально возможное значение p , затем – минимальное q . Если минимальных значений у переменных нет, введите в строку ответа слово «нет» (без кавычек).

Решение задачи D. Записав уравнение в 10-ой системе счисления, получаем, что:

$$\begin{aligned} 8q^2 + 8q + 3 &= 2p^2 + 8p + 9 \Rightarrow 4q^2 + 4q + 1 = p^2 + 4p + 4 \Rightarrow (2q + 1)^2 = (p + 2)^2 \\ &\Rightarrow 2q + 1 = p + 2 \Rightarrow p = 2q - 1. \end{aligned}$$

Чтобы записи чисел существовали в p -ой и q -ой системах, должны выполняться неравенства $p \geq 10$, $q \geq 9$. Эти неравенства обосновывают предпоследний переход в приведенных вычислениях (обе скобки положительны). Отсюда получаем, что $q_{\min} = 9$, $p_{\min} = 17$.

Ответ. 17 9



Задачи типа Е (пятая задача контрольной)

Задача Е (Увлеченный Саша). Недавно на уроке информатики ребята проходили вычисление рекуррентных последовательностей. Саша всегда любил эти уроки, но к этой теме проявил особый интерес. Идя домой после уроков, он задумался: «А что будет, если продолжить рекуррентны соотношения назад?». Возьмем, например, правило, задающее последовательность Люка:

$$\begin{cases} l_0 = 2, & l_1 = 1 \\ l_i = l_{i-1} + l_{i-2}, & i > 1 \end{cases}$$

Если продолжить ее «назад», для отрицательных значений индекса, то получим, например, что $l_{-1} = -1$. Саша интересуется, чему будет равно l_{-10} . Помогите ему найти ответ на этот вопрос, записав l_{-10} в строку ответа.

Решение задачи Е. Индукцией по i несложно убедиться в справедливости равенства:

$$l_{-i} = (-1)^i l_i,$$

Откуда сразу $l_{-10} = l_{10} = 123$. Можно также аккуратно вычислить последовательно значения:

l_{-10}	l_{-9}	l_{-8}	l_{-7}	l_{-6}	l_{-5}	l_{-4}	l_{-3}	l_{-2}	l_{-1}
123	-76	47	-29	18	-11	7	-4	3	-1

Это можно делать «в уме», либо формально, выразив из рекуррентной формулы l_{i-2} и сменив нумерацию:

$$l_{i-2} = l_i - l_{i-1} \Rightarrow l_i = l_{i+2} - l_{i+1}.$$

Ответ. 123

Задача Е (Увлеченный Саша). Недавно на уроке информатики ребята проходили вычисление рекуррентных последовательностей. Саша всегда любил эти уроки, но к этой теме проявил особый интерес. Идя домой после уроков, он задумался: «А что будет, если продолжить рекуррентны соотношения назад?». Возьмем, например, правило, задающее последовательность Леонардо:

$$\begin{cases} l_0 = -1, & l_1 = 1 \\ l_i = l_{i-1} + l_{i-2} + 1, & i > 1 \end{cases}$$

Если продолжить ее «назад», для отрицательных значений индекса, то получим, например, что $l_{-1} = 1$. Саша интересуется, чему будет равно l_{-9} . Помогите ему найти ответ на этот вопрос, записав l_{-9} в строку ответа.

Решение задачи Е. Аккуратно и последовательно вычислим значения:

l_{-9}	l_{-8}	l_{-7}	l_{-6}	l_{-5}	l_{-4}	l_{-3}	l_{-2}	l_{-1}
67	-43	-25	-17	9	-7	3	-3	1

Это можно делать «в уме», либо формально, выразив из рекуррентной формулы l_{i-2} и сменив нумерацию:

$$l_{i-2} = l_i - l_{i-1} - 1 \Rightarrow l_i = l_{i+2} - l_{i+1} - 1.$$

Ответ. 67



Задача Е (Увлеченный Саша). Недавно на уроке информатики ребята проходили вычисление рекуррентных последовательностей. Саша всегда любил эти уроки, но к этой теме проявил особый интерес. Идя домой после уроков, он задумался: «А что будет, если продолжить рекуррентны соотношения назад?». Возьмем, например, правило, задающее последовательность Фибоначчи:

$$\begin{cases} f_0 = 0, & f_1 = 1 \\ f_i = f_{i-1} + f_{i-2}, & i > 1 \end{cases}$$

Если продолжить ее «назад», для отрицательных значений индекса, то получим, например, что $f_{-1} = 0$. Саша интересуется, чему будет равно f_{-10} . Помогите ему найти ответ на этот вопрос, записав f_{-10} в строку ответа.

Решение задачи Е. Индукцией по i несложно убедиться в справедливости равенства:

$$f_{-i} = (-1)^{i-1} f_i,$$

Отсюда сразу можно получить $f_{-10} = -f_{10} = -55$. Можно также аккуратно вычислить последовательно значения:

f_{-10}	f_{-9}	f_{-8}	f_{-7}	f_{-6}	f_{-5}	f_{-4}	f_{-3}	f_{-2}	f_{-1}
-55	34	-21	13	-8	5	-3	2	-1	1

Это можно делать «в уме», либо формально, выразив из рекуррентной формулы f_{i-2} и сменив нумерацию:

$$f_{i-2} = f_i - f_{i-1} \Rightarrow f_i = f_{i+2} - f_{i+1}.$$

Ответ. -55

Задача Е (Увлеченный Саша). Недавно на уроке информатики ребята проходили вычисление рекуррентных последовательностей. Саша всегда любил эти уроки, но к этой теме проявил особый интерес. Идя домой после уроков, он задумался: «А что будет, если продолжить рекуррентны соотношения назад?». Возьмем, например, правило, задающее последовательность Фибоначчи:

$$\begin{cases} f_0 = f_1 = 1 \\ f_i = f_{i-1} + f_{i-2}, & i > 1 \end{cases}$$

Если продолжить ее «назад», для отрицательных значений индекса, то получим, например, что $f_{-1} = 0$. Саша интересуется, чему будет равно f_{-10} . Помогите ему найти ответ на этот вопрос, записав f_{-10} в строку ответа.

Решение задачи Е. Индукцией по i несложно убедиться в справедливости равенства:

$$f_{-1-i} = (-1)^{i-1} f_{i-1},$$

Отсюда сразу можно найти $f_{-10} = f_8 = 34$.

Другой способ – аккуратно вычислить последовательно числа

f_{-10}	f_{-9}	f_{-8}	f_{-7}	f_{-6}	f_{-5}	f_{-4}	f_{-3}	f_{-2}	f_{-1}
34	-21	13	-8	5	-3	2	-1	1	0

Это можно делать «в уме», либо формально, выразив из рекуррентной формулы f_{i-2} и сменив нумерацию:

$$f_{i-2} = f_i - f_{i-1} \Rightarrow f_i = f_{i+2} - f_{i+1}.$$

Ответ. 34



Задача Е (Увлеченный Саша). Недавно на уроке информатики ребята проходили вычисление рекуррентных последовательностей. Саша всегда любил эти уроки, но к этой теме проявил особый интерес. Идя домой после уроков, он задумался: «А что будет, если продолжить рекуррентны соотношения назад?». Возьмем, например, правило, задающее последовательность Леонардо:

$$\begin{cases} l_0 = l_1 = 1 \\ l_i = l_{i-1} + l_{i-2} + 1, \quad i > 1 \end{cases}$$

Если продолжить ее «назад», для отрицательных значений индекса, то получим, например, что $l_{-1} = -1$. Саша интересуется, чему будет равно l_{-9} . Помогите ему найти ответ на этот вопрос, записав l_{-9} в строку ответа.

Решение задачи Е. Аккуратно и последовательно вычислим значения:

l_{-9}	l_{-8}	l_{-7}	l_{-6}	l_{-5}	l_{-4}	l_{-3}	l_{-2}	l_{-1}
-43	25	-17	9	-7	3	-3	1	-1

Это можно делать «в уме», либо формально, выразив из рекуррентной формулы l_{i-2} и сменив нумерацию:

$$l_{i-2} = l_i - l_{i-1} - 1 \Rightarrow l_i = l_{i+2} - l_{i+1} - 1.$$

Ответ. -43

Задача Е (Клеточный автомат). Муравей Лэнгтона с цветами белый-синий-красный танцует RNB. Сколько синих клеток будет после 10 ходов муравья на изначально белом клеточном поле?

Пояснение: муравей Лэнгтона — это исполнитель, который перемещается по двумерному клеточному полю, меняя цвета клеток по кругу и выбирая следующее направление на основании цвета текущей клетки.

Правило RNB при цветах белый-синий-красный означает, что:

R) на белой клетке муравей поворачивается направо, перекрашивает её в синий и ползёт вперёд;

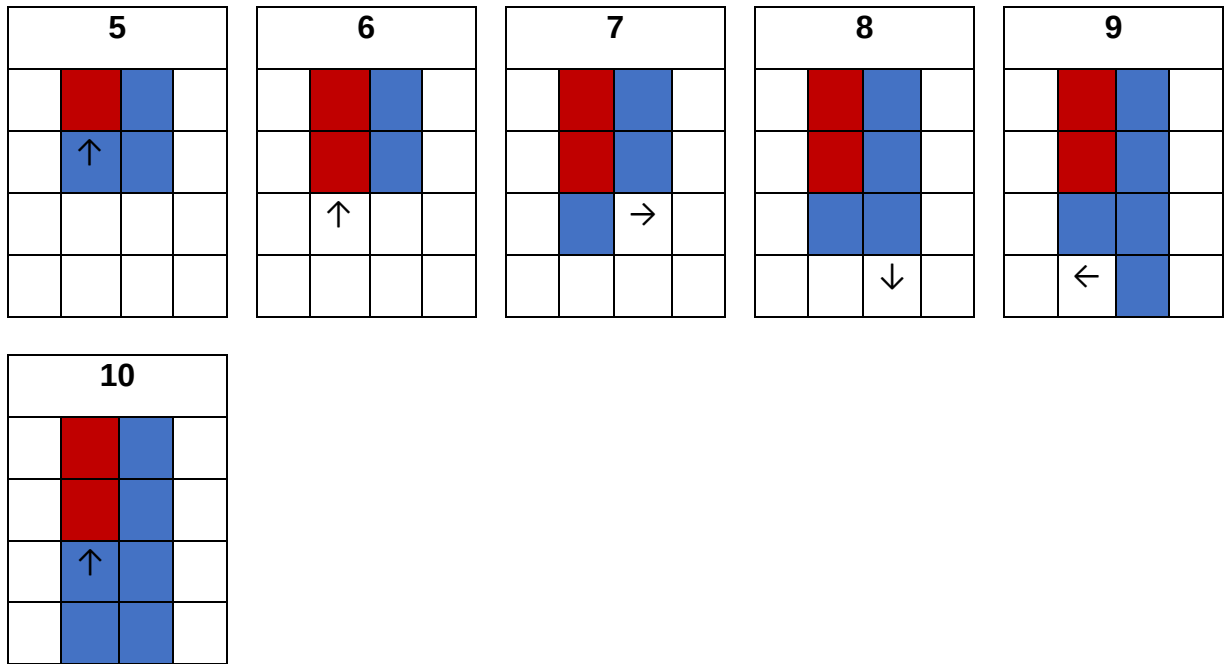
N) на синей клетке муравей никуда не поворачивается, перекрашивает её в красный и ползёт назад;

B) на красной клетке муравей поворачивается налево, перекрашивает её в белый и ползёт вперёд.

Интересно знать. Даже самый простой муравей Лэнгтона может выполнить любой алгоритм, который выполняется на современных компьютерах. Это называется "полнота по Тьюрингу" и было доказано в 2000 году

Решение. Изобразим то, как двигался муравей:

0	1	2	3	4
↑	→	↓	←	↑



Ответ: 6 синих клеток.

Задача Е (Клеточный автомат). Муравей Лэнгтона с цветами белый-синий-красный танцует RNB. Сколько синих клеток будет после 10 ходов муравья на изначально белом клеточном поле?

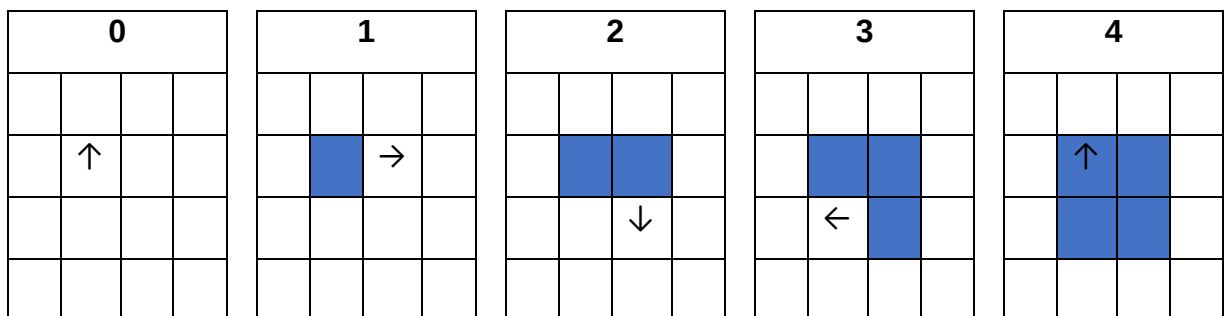
Пояснение: муравей Лэнгтона — это исполнитель, который перемещается по двумерному клеточному полю, меняя цвета клеток по кругу и выбирая следующее направление на основании цвета текущей клетки.

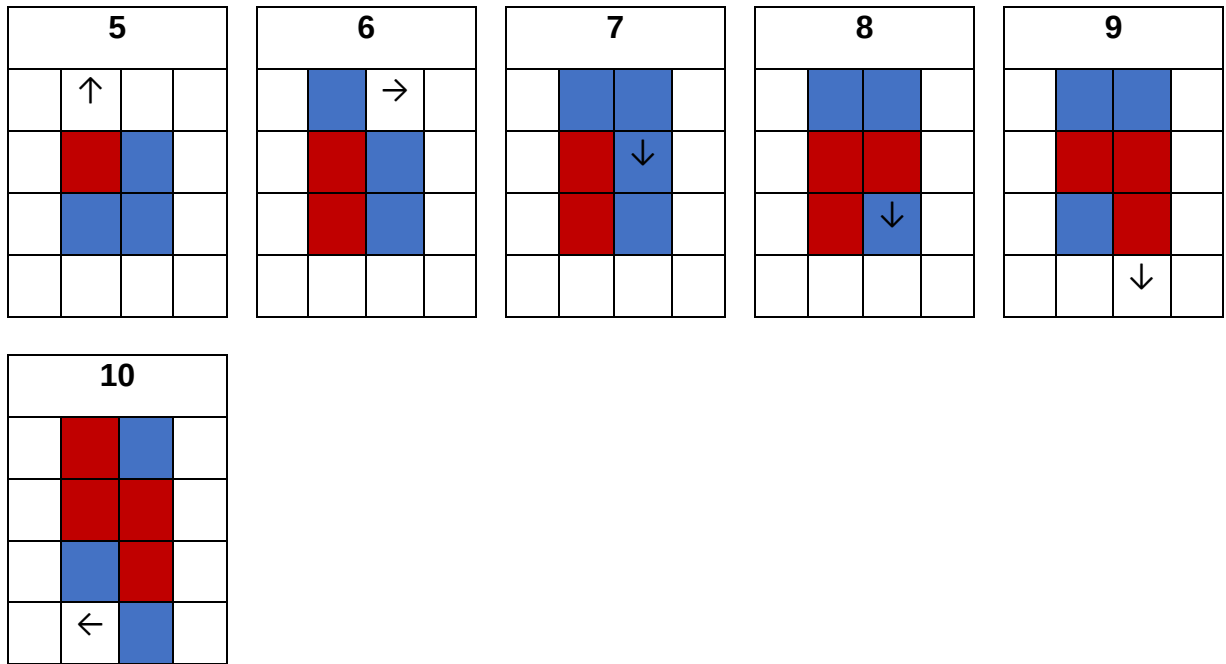
Правило RNB при цветах белый-синий-красный означает, что:

- R) на белой клетке муравей поворачивается направо, перекрашивает её в синий и ползёт вперёд;
- N) на синей клетке муравей никуда не поворачивается, перекрашивает её в красный и ползёт вперёд;
- B) на красной клетке муравей никуда не поворачивается, перекрашивает её в белый и ползёт назад.

Интересно знать. Даже самый простой муравей Лэнгтона может выполнить любой алгоритм, который выполняется на современных компьютерах. Это называется "полнота по Тьюрингу" и было доказано в 2000 году

Решение. Изобразим то, как двигался муравей:





Ответ: 4 синие клетки.

Задача Е (Клеточный автомат). Муравей Лэнгтона с цветами белый-синий-красный танцует RNB. Сколько синих клеток будет после 10 ходов муравья на изначально белом клеточном поле?

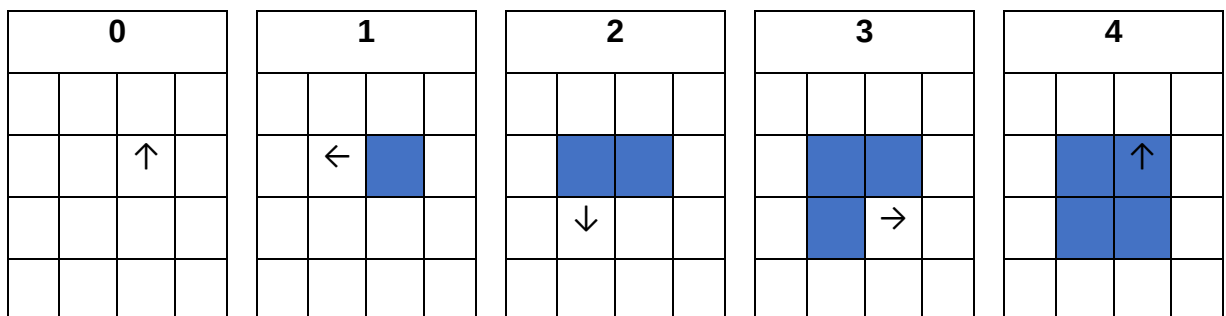
Пояснение: муравей Лэнгтона — это исполнитель, который перемещается по двумерному клеточному полю, меняя цвета клеток по кругу и выбирая следующее направление на основании цвета текущей клетки.

Правило RNB при цветах белый-синий-красный означает, что:

- R) на белой клетке муравей поворачивается налево, перекрашивает её в синий и ползёт вперёд;
- N) на синей клетке муравей поворачивается направо, перекрашивает её в красный и ползёт вперёд;
- B) на красной клетке муравей никуда не поворачивается, перекрашивает её в белый и ползёт назад.

Интересно знать. Даже самый простой муравей Лэнгтона может выполнить любой алгоритм, который выполняется на современных компьютерах. Это называется "полнота по Тьюрингу" и было доказано в 2000 году

Решение. Изобразим то, как двигался муравей:





5			

6			

7			

8			

9			

10			

Ответ: 5 синих клеток.