Автор условий: А.В. Мерзляков

Ответы и решения – Информатика

Линейка задач № 1

Задача 1.1. Зачем мне две таблички? Завуч школы Антонина Усреднителевна была очень расстроена, когда ей прислали результаты ЕГЭ по информатике в виде двух разных табличек: в первой значился список из 15 человек со средним баллом 87,2, а во втором были другие 5 человек со средним баллом 72. «Как же так, мне нужен средний балл по всему классу из 20 человек, а эта отдельная табличка на 5 человек портит мне весь вечер!» – подумала Антонина Усреднителевна. Помогите грустному завучу определить средний балл всех участников ЕГЭ по информатике по предоставленным данным. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество человек, то получится сумма всех баллов. А значит, в первой табличке суммарно ученики набрали 87,2 * 5 = 1308 баллов, а во второй набрали 5 * 72 = 360 баллов. Получается, все ученики набрали 1668 баллов. Всего учеников 15 + 5 = 20. Получаем, что средний балл всех учеников равен 1668 / 20 = 83,40.

Ответ. 83,40

Задача 1.2. Зачем мне две таблички? Завуч школы Антонина Статистиковна была очень расстроена, когда ей прислали результаты ЕГЭ по информатике в виде двух разных табличек: в первой значился список из 25 человек со средним баллом 84,4, а во втором были другие 7 человек со средним баллом 62. «Как же так, мне нужен средний балл по всему классу из 32 человек, а эта отдельная табличка на 7 человек портит мне весь вечер!» – подумала Антонина Статистиковна. Помогите грустному завучу определить средний балл всех участников ЕГЭ по информатике по предоставленным данным. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество человек, то получится сумма всех баллов. А значит, в первой табличке суммарно ученики набрали 84,4 * 25 = 2110 баллов, а во второй набрали 62 * 7 = 434 балла. Получается, все ученики набрали 2544 балла. Всего учеников 25 + 7 = 32. Получаем, что средний балл всех учеников равен 2544 / 32 = 79,50.

Ответ. 79,50

Задача 1.3. Зачем мне две таблички? Завуч школы Антонина Интеграловна была очень расстроена, когда ей прислали результаты ЕГЭ по информатике в виде двух разных табличек: в первой значился список из 20 человек со средним баллом 88,3, а во втором были другие 4 человека со средним баллом 61. «Как же так, мне нужен средний балл по всему классу из 24 человек, а эта отдельная табличка на 4 человека портит мне весь вечер!» – подумала Антонина Интеграловна. Помогите грустному завучу определить средний балл всех участников ЕГЭ по информатике по предоставленным данным. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество человек, то получится сумма всех баллов. А значит, в первой табличке суммарно ученики набрали 88,3 * 20 = 1766 баллов, а во второй набрали 61 * 4 = 244 балла. Получается, все ученики набрали 2010 баллов. Всего учеников 20 + 4 = 24. Получаем, что средний балл всех учеников равен 2010 / 24 = 83,75.

Ответ. 83,75

Задача 1.4. Паша, ну как же так! У информатика Паши в электронном журнале было уже 8 оценок по информатике. Учился он хорошо, средний балл составлял 4,5. Недавно информатикам задали очередной практикум по программированию и Паша, как и любой обычный человек, естественно, отложил его выполнение на ночь перед дедлайном. Но просчитался. Практикум на несколько тысяч строк кода не поддался решению за столь короткое время, и на следующем уроке Паша получил три кола. Расстроенный Паша боится зайти в электронный журнал и увидеть новый средний балл собственными глазами. Помогите ему определить, насколько все плохо, и вычислите средний балл Паши по информатике после выставления результатов практикума. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество оценок, то получится сумма всех оценок Паши. А значит, у Паши сумма всех оценок была равна 4,5 * 8 = 36, а после выставления колов стала равна 36 + 3 = 39. Получаем, что теперь средний балл Паши будет равен 39 / (8+3) = 3,545... Округляем и записываем ответ *3,55*.

Ответ. 3,55

Задача 1.5. Паша, ну как же так! У информатика Паши в электронном журнале было уже 15 оценок по информатике. Учился он хорошо, средний балл составлял 4,8. Недавно информатикам задали очередной практикум по программированию и Паша, как и любой обычный человек, естественно, отложил его выполнение на ночь перед дедлайном. Но просчитался. Практикум на несколько тысяч строк кода не поддался решению за столь короткое время, и на следующем уроке Паша получил пять колов. Расстроенный Паша боится зайти в электронный журнал и увидеть новый средний балл собственными глазами. Помогите ему определить, насколько все плохо, и вычислите средний балл Паши по информатике после выставления результатов практикума. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество оценок, то получится сумма всех оценок Паши. А значит, у Паши сумма всех оценок была равна 4,8 * 15 = 72, а после выставления колов стала равна 72 + 5 = 77. Получаем, что теперь средний балл Паши будет равен 77 / (15+5) = 3,85.

Ответ. 3,85

Задача 1.6. У информатика Паши в электронном журнале было уже 15 оценок по информатике. Учился он хорошо, средний балл составлял 4,6. Недавно информатикам задали очередной практикум по программированию и Паша, как и любой обычный человек, естественно, отложил его выполнение на ночь перед дедлайном. Но просчитался. Практикум на несколько тысяч строк кода не поддался решению за столь короткое время, и на следующем уроке Паша получил шесть колов. Расстроенный Паша боится зайти в электронный журнал и увидеть новый средний балл собственными глазами. Помогите ему определить, насколько все плохо, и вычислите средний балл Паши по информатике после выставления результатов практикума. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество оценок, то получится сумма всех оценок Паши. А значит, у Паши сумма всех оценок была равна 4,6 * 15 = 69, а после выставления колов стала равна 69 + 6 = 75. Получаем, что теперь средний балл Паши будет равен 75 / (15+6) = 3,571... Округляем и записываем ответ *3,57.*

Ответ. 3,57

Задача 1.7. У информатика Паши в электронном журнале было уже 15 оценок по информатике. Учился он хорошо, средний балл составлял 4,4. Недавно информатикам задали очередной практикум по программированию, и Паша, как и любой обычный человек, естественно, отложил его выполнение на ночь перед дедлайном. Но просчитался. Практикум на несколько тысяч строк кода не поддался решению за столь короткое время, и на следующем уроке Паша получил четыре кола. Расстроенный Паша боится зайти в электронный журнал и увидеть новый средний балл собственными глазами. Помогите ему определить, насколько все плохо, и вычислите средний балл Паши по информатике после выставления результатов практикума. Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Решение. Из формулы среднего значения следует, что если средний балл умножить на количество оценок, то получится сумма всех оценок Паши. А значит, у Паши сумма всех оценок была равна 4,4 * 15 = 66, а после выставления колов стала равна 66 + 4 = 70. Получаем, что теперь средний балл Паши будет равен 70 / (15+4) = 3,684... Округляем и записываем ответ *3,68*.

Ответ. 3,68

Линейка задач № 2

Задача 2.1. Технологический кружок. Петя очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Петей программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;

2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;

3) **повтори k** [

    Инструкция 1

    Инструкция 2

    …

    Инструкция N

]

означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.

Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).

Петя подготовил для станка следующую программу:

Повтори 4 [

    Вперед 10

    Направо 120

]

Петя знает, что в результате у него получится замкнутая фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Петей фигуры.

Решение. Так как головка проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 120 = 3 угла. Головка всегда смещается на 10, значит будет равносторонний треугольник. Неважно, что цикл повторяется 4 раза: головка начнет чертить фигуру поверх старой после третьей итерации. Сумма внутренних углов равна 180 градусам.

Ответ. 180

Задача 2.2. Технологический кружок. Егор очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Егором программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;

2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;

3) **повтори k** [

    Инструкция 1
    Инструкция 2
    …
    Инструкция N

]

означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.

Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).

Егор подготовил для станка следующую программу:

Повтори 6 [

    Направо 90
    Вперед 15

]

Егор знает, что в результате у него получится замкнутая правильная фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Егором фигуры.

Решение. Так как головка проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 90 = 4 угла. Головка всегда смещается на 15, значит будет квадрат. Неважно, что цикл повторяется 6 раз: головка начнет чертить фигуру поверх старой после четвертой итерации. Сумма внутренних углов равна 360 градусам.

Ответ. 360

Задача 2.3. Технологический кружок. Дима очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Димой программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;

2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;

3) **повтори k** [

Инструкция 1

Инструкция 2

…

Инструкция N

]

означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.

Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).

Дима подготовил для станка следующую программу:

Повтори 8 [

Вперед 30

Направо 72

]

Дима знает, что в результате у него получится замкнутая фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Димой фигуры.

Решение. Так как головка проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 72 = 5 углов. Головка всегда смещается на 30, значит будет правильный пятиугольник. Неважно, что цикл повторяется 8 раз: головка начнет чертить фигуру поверх старой после пятой итерации. Сумма внутренних углов равна 540 градусам.

Ответ. 540

Задача 2.4. Технологический кружок. Антон очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Антоном программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;
2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;
3) **повтори k** [
 Инструкция 1
 Инструкция 2
 …
 Инструкция N
]
означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.

Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).

Антон подготовил для станка следующую программу:

Повтори 7 [
 Вперед 25
 Направо 60
]

Антон знает, что в результате у него получится замкнутая фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Антоном фигуры.

Решение. Так как головка проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 60 = 6 углов. Головка всегда смещается на 25, значит будет правильный шестиугольник. Неважно, что цикл повторяется 7 раз: головка начнет чертить фигуру поверх старой после шестой итерации. Сумма внутренних углов равна 720 градусам.

Ответ. 720

Задача 2.5. Технологический кружок. Витя очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Витей программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;

2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;

3) **повтори k** [

  Инструкция 1

  Инструкция 2

  …

  Инструкция N

]

означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.

Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).

Витя подготовил для станка следующую программу:

Повтори 9 [

  Направо 45

  Вперед 40

]

Витя знает, что в результате у него получится замкнутая фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Витей фигуры.

Решение. Так как головка проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 45 = 8 углов. Головка всегда смещается на 40, значит будет правильный восьмиугольник. Неважно, что цикл повторяется 9 раз: головка начнет чертить фигуру поверх старой после восьмой итерации. Сумма внутренних углов равна 1080 градусам.

Ответ. 1080

Задача 2.6. Технологический кружок. Влад очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Владом программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;
2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;
3) **повтори k** [

    Инструкция 1
    Инструкция 2
    …
    Инструкция N

]

означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.
Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).
Влад подготовил для станка следующую программу:

Повтори 2 [

    Направо 120
    Вперед 10
    Направо 120
    Вперед 10

]

Влад знает, что в результате у него получится замкнутая фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Владом фигуры.

Решение. Так как головка всегда проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 120 = 3 угла. Головка всегда смещается на 10, значит будет правильный треугольник. Неважно, что цикл повторяется 2 раза: головка начнет чертить фигуру поверх старой во время второй итерации. Сумма внутренних углов равна 180 градусам.

Ответ. 180

Задача 2.7. Технологический кружок. Вася очень любит заниматься в технологическом кружке. В последнее время он занимается работой с лазерным станком, который способен наносить на кожаные изделия рисунки. В момент включения станок начинает испускать из специальной головки луч, который оставляет след на коже, а также начинает выполняться написанная Васей программа, которая контролирует движение головки. Головка движется в координатной плоскости. Станок управляется всего тремя инструкциями:

1) **вперед a** означает перемещение головки на **a** единиц по прямой;

2) **направо b** означает поворот головки лазера на месте на **b** градусов по часовой стрелке, при этом изменяется направление дальнейшего движения;

3) **повтори k** [

  Инструкция 1

  Инструкция 2

  …

  Инструкция N

]

означает, что все N инструкций внутри [ ] необходимо повторить **k** раз.

Перед запуском головка всегда расположена в центре координат (0, 0) и направлена вертикально вверх (вдоль оси ординат).

Вася подготовил для станка следующую программу:

Повтори 3 [

  Направо 90

  Вперед 20

  Направо 90

  Вперед 10

]

Вася знает, что в результате у него получится замкнутая фигура. Укажите сумму внутренних углов полученной Васей фигуры.

Решение. Так как головка всегда проворачивается на угол, который является делителем 360, то след очерчивает замкнутую фигуру, в которой будет 360 / 90 = 4 угла. Головка сперва смещается на 20, потом на 10. За две итерации будет начерчен прямоугольник. Неважно, что цикл повторяется 3 раза: головка начнет чертить фигуру поверх старой после второй итерации. Сумма внутренних углов прямоугольника равна 360 градусам.

Ответ. 360

Линейка задач № 3

Задача 3.1. Задумчивый студент. Шёл однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p = x0_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 2. Т.е.

$$2 * x_p = x_p * 10_p$$

Значит $2 = 10_p$, то есть вычисление производится в двоичной системе счисления. Очевидно, что максимально допустимый x_p равен 1: 1+1=10 в двоичной системе счисления.

Ответ. 12

Задача 3.2. Задумчивый студент. Шел однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p + x_p = x0_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 3. Т.е.

$$3 * x_p = x_p * 10_p$$

Значит $3 = 10_p$, то есть вычисление производится в троичной системе счисления. Очевидно, что равенство верно при любой цифре x. Максимальная цифра в троичной системе счисления равняется двум.

Ответ. 23

Задача 3.3. Задумчивый студент. Шел однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p + x_p + x_p = x0_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 4. Т.е.

$$4 * x_p = x_p * 10_p$$

Значит $4 = 10_p$, то есть вычисление производится в четверичной системе счисления. Очевидно, что равенство верно при любой цифре x. Максимальная цифра в четверичной системе счисления равняется трем.

Ответ. 34

Задача 3.4. Задумчивый студент. Шел однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p + x_p + x_p + x_p = x0_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 5. Т.е.

$$5 * x_p = x_p * 10_p$$

Значит $5 = 10_p$, то есть вычисление производится в пятеричной системе счисления. Очевидно, что равенство верно при любой цифре x. Максимальная цифра в пятеричной системе счисления равняется четырем.

Ответ. 45

Задача 3.5. Задумчивый студент. Шел однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p + x_p + x_p + x_p + x_p = x0_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 6. Т.е.

$$6 * x_p = x_p * 10_p$$

Значит $6 = 10_p$, то есть вычисление производится в шестеричной системе счисления. Очевидно, что равенство верно при любой цифре x . Максимальная цифра в шестеричной системе счисления равняется пяти.

Ответ. 56

Задача 3.6. Задумчивый студент. Шел однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p + x_p + x_p + x_p + x_p + x_p = x0_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 7. Т.е.

$$7 * x_p = x_p * 10_p$$

Значит $7 = 10_p$, то есть вычисление производится в семеричной системе счисления. Очевидно, что равенство верно при любой цифре x. Максимальная цифра в семеричной системе счисления равняется шести.

Ответ. 67

Задача 3.7. Задумчивый студент. Шел однажды вечером студент филологического факультета по коридору университета и остановился около таблички у входа в одну из аудиторий. На ней было написано:

$$x_p + x_p + x_p + x_p = x00_p$$

«Интересно, – подумал студент, – наверняка *x* обозначает ненулевую **цифру** в некоторой позиционной системе счисления с основанием *p>0*. Чему же равны x и p?». Он развернулся и пошел дальше. А ночью он не смог уснуть, пока не получил ответ на задачу. Определите, чему могут равняться *x* и *p*, и укажите в качестве ответа их максимально допустимые значения. В строку ответа запишите без пробелов в десятичной системе счисления сначала максимально возможное значение x, а затем – максимально возможное значение p.

Решение. Видим, что в левой части записано умножение x_p на 4. Т.е.

$$4 * x_p = x_p * 100_p$$

Значит $4 = 100_p$, то есть вычисление производится в двоичной системе счисления. Очевидно, что равенство верно при любой цифре x. Максимальная цифра в двоичной системе счисления равняется 1.

Ответ. 12

Линейка задач № 4

Задача 4.1. Такой себе друг. У Юли в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Юля, впечатлившись сказанным, решила придумать для своих аккаунтов, особенно, её главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, она решила задать несколько правил: пароль должен состоять из 7 символов, на первом и последнем месте должен стоять символ «%», а на остальных позициях используются только три буквы U, L, A, которые могут повторяться. Кроме этого, в двух позициях всегда используется цифра 1. Например, паролями Юли могли быть %ULA11% или %1AA1U%. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, она написала простенький код, который выдал ей список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Сначала выберем, сколькими способами Юля могла записать 1 в свой пароль: $C_5^2 = 10$. Остается только 3 позиции, на которые Юля может записать любую из трех букв. Значит, всего вариантов $10 * 3^3 = 270$.

Ответ. 270

Задача 4.2. Такой себе друг. У Кати в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Катя, впечатлившись сказанным, решила придумать для своих аккаунтов, особенно, её главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, она решила задать несколько правил: пароль должен состоять из 7 символов, использовать только четыре буквы K, A, T, Y, которые могут повторяться, и всегда в трех позициях использует символ-звездочку *, а на последнем месте всегда должен стоять восклицательный знак "!". Например, паролями Кати могли быть *K*KT*! или KAY***!. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, она написала простенький код, который выдал ей список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Сначала выберем, сколькими способами Юля могла записать * в свой пароль: $C_6^3 = 20$. Остается только 3 позиции, на которые Юля может записать любую из четырех букв. Значит, всего вариантов $20 * 4^3 = 1280$.

Ответ. 1280

Задача 4.3. Такой себе друг. У Клары в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Клара, впечатлившись сказанным, решила придумать для своих аккаунтов, особенно, её главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, она решила задать несколько правил: пароль должен состоять из 7 символов, на первых пяти позициях использовать только буквы имени KLARA путём их произвольной перестановки, а на конце всегда должно стоять 99. Например, паролями Клары могли быть LARKA99 или KAARL99. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, она написала простенький код, который выдал ей список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Основная сложность задачи состоит в том, что исходное слово содержит две одинаковые буквы. Найдем количество перестановок букв, исходя из того, что две буквы A – разные. Их 5! = 120. Теперь заметим, что любое слово мы перебрали дважды: где впервые встречается первая буква A, а затем – вторая, и другой вариант, где они идут наоборот. Если теперь мы перестанем различать буквы A, то всего способов переставить буквы получится ровно в два раза меньше, то есть 120 / 2 = 60.

Ответ. 60

Задача 4.4. Такой себе друг. У Никиты в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Никита, впечатлившись сказанным, решил придумать для своих аккаунтов, особенно, его главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, он решил задать несколько правил: пароль должен состоять из 7 символов, на первых шести позициях использовать только буквы имени NIKITA путём их произвольной перестановки, а на конце всегда должен стоять знак вопроса. Например, паролями Никиты могли быть NIKITA? или KATIIN?. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, он написал простенький код, который выдал ему список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Основная сложность задачи состоит в том, что исходное слово содержит две одинаковые буквы. Найдем количество перестановок букв, исходя из того, что две буквы L – разные. Их 6!=720. Теперь заметим, что любое слово мы перебрали дважды: где впервые встречается первая буква L, а затем – вторая, и другой вариант, где они идут наоборот. Если теперь мы перестанем различать буквы L, то всего способов переставить буквы получится ровно в два раза меньше, то есть 720 / 2 = 360.

Ответ. 360

Задача 4.5. Такой себе друг. У Анастасии в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Анастасия, впечатлившись сказанным, решила придумать для своих аккаунтов, особенно, её главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, она решила задать несколько правил: пароль должен состоять из 7 символов, на первом месте всегда должно стоять двоеточие ":", а на следующих шести позициях – только буквы A, I, Y, N, S, T, при этом каждая буква может быть использована только один раз, а гласные и согласные буквы должны чередоваться. Например, паролями Анастасии могли быть :NASITY или :YSANIT. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, она написала простенький код, который выдал ей список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Среди данного набора есть 3 гласные и 3 согласные. Предположим сперва, что первая буква гласная. Тогда на первую позицию можно поставить 3 варианта. На вторую можно поставить любую из трех согласных. На третью можно поставить любую из двух оставшихся гласных. И так далее. Получаем 3*3*2*2*1*1=36. Если предположить, что первая буква согласная, то получим зеркальный случай. Всего 72 пароля.

Ответ. 72

Задача 4.6. Такой себе друг. У Екатерины в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Екатерина, впечатлившись сказанным, решила придумать для своих аккаунтов, особенно, её главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, она решила задать несколько правил: пароль должен состоять из 8 символов, использовать только буквы R, Y, E, K, T, I, A, N, при этом каждая буква может быть использована только один раз, а гласные и согласные буквы должны чередоваться. Например, паролями Екатерины могли быть TAKERYNI или YTARENIK. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, она написала простенький код, который выдал ей список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Среди данного набора есть 4 гласные и 4 согласные. Предположим сперва, что первая буква гласная. Тогда на первую позицию можно поставить 4 варианта. На вторую можно поставить любую из четырех согласных. На третью можно поставить любую из трех оставшихся гласных. И так далее. Получаем 4*4*3*3*2*2*1*1=576. Если предположить, что первая буква согласная, то получим зеркальный случай. Всего 1152 пароля.

Ответ. 1152

Задача 4.7. Такой себе друг. У Наташи в школе проходил урок кибербезопасности. На нём, в частности, рассказали, что использовать нужно только надежные пароли, минимум из 7 символов, включающие цифры, буквы и спецзнаки, а на разных сайтах лучше использовать разные пароли. Наташа, впечатлившись сказанным, решила придумать для своих аккаунтов, особенно, её главной драгоценности – аккаунта в VK Мессенджере – сложные пароли. Однако, чтобы не забыть их, она решила задать несколько правил: пароль должен состоять из 7 символов, на первом месте всегда должна стоять буква Я, а дальше - только буквы Н, А, Т, А, Ш, А путём их произвольной перестановки. Например, паролями Наташи могли быть ЯШАТАНА или ЯНШТААА. Чтобы сгенерировать пароли для разных сайтов, она написала простенький код, который выдал ей список всех подходящих комбинаций. Сколько паролей в нём оказалось?

Решение. Основная сложность задачи состоит в том, что исходное слово содержит две одинаковые буквы. Сначала выберем, сколькими способами Наташа могла записать А в свой пароль: $C_6^3 = 20$. Остается только 3 позиции, на которые Наташа записывает в некотором порядке оставшиеся буквы. Значит, всего вариантов $20 * 3! = 120$.

Ответ. 120

Линейка задач № 5

Задача 5.1. Космические ЖКУ. В дальней галактике на планете Шакурас установлена уникальная система связи между поселениями. Города соединены между собой псионными узами в виде обыкновенной сетки 50 на 70 клеток (в каждом узле сетки находится по городу). К сожалению, инфляция добралась и до Шакураса, потому местное правительство, в целях экономии, приказало убрать как можно больше псионных уз таким образом, чтобы любые два города остались связаны, возможно, через промежуточные города. Известно, что прерывание одной узы поможет сэкономить 10 кристаллов в год. Определите, какое максимальное количество кристаллов в год сможет сэкономить правительство Шакураса с помощью описанных мер?

Решение. Рассмотрим сетку как связный граф. В нем всего будет (50+1) * (70+1) = 3621 вершина. Ребер в ней будет (50+1) * 70 + (70+1) * 50 = 7120. Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после разрыва уз осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 3621 - 1 = 3620 ребер. Отсюда получаем, что максимально можно убрать 7120 - 3620 = 3500 уз. На каждой узе экономят 10 кристаллов в год, потому общая экономия составит 35000 кристаллов.

Ответ. 35000

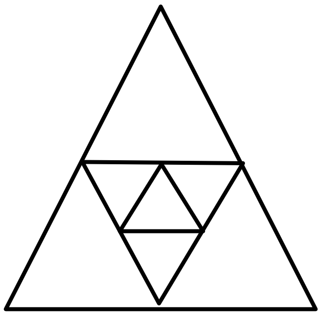
Задача 5.2. Космические ЖКУ. В дальней галактике на планете Чар установлена уникальная система связи между поселениями. Города соединены между собой псионными узами в виде обыкновенной сетки 35 на 60 клеток (в каждом узле находится город). К сожалению, инфляция добралась и до Чара, потому местное правительство, в целях экономии, приказало убрать как можно больше псионных уз таким образом, чтобы любые два города остались связаны, возможно, через промежуточные города. Известно, что прерывание одной узы поможет сэкономить 15 кристаллов в год. Определите, какое максимальное количество кристаллов в год сможет сэкономить правительство Чар с помощью описанных мер?

Решение. Рассмотрим сетку как связный граф. В нем всего будет (35+1) * (60+1) = 2196 вершина. Ребер в ней будет (35+1) * 60 + (60+1) * 35 = 4295. Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после разрыва уз осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 2196 - 1 = 2195 ребер. Отсюда получаем, что максимально можно убрать 4295 - 2195 = 2100 уз. На каждой узе экономят 15 кристаллов в год, потому общая экономия составит 31500 кристаллов.

Ответ. 31500

Задача 5.3. Космические ЖКУ. Планируя будущее поселение на Марсе, инженер Роскосмоса составил схему водоснабжения жилых модулей, которая выглядит следующим образом. Сперва три модуля располагаются в вершинах правильного треугольника «первого уровня», стороны которого – каналы водоснабжения. Затем на серединах сторон треугольника первого уровня ставятся еще три модуля (при этом каждый из трех каналов разбивается на два), которые также связываются между собой каналами и образуют треугольник «второго уровня». Та же процедура производится с треугольником второго уровня, чтобы получить треугольник «третьего уровня». Всего запланировано 9 уровней треугольников.

Глава Роскосмоса предположил, что получается слишком много каналов водоснабжения, ведь доставка любого груза на Марс чрезвычайно дорога. Потому он просит Вас помочь ему сэкономить и определить максимальное число каналов, которое можно убрать из этой схемы так, чтобы любые два модуля были связаны каналами водоснабжения, возможно, через промежуточные модули. Каналом считается любое ребро получившейся фигуры, связывающее два модуля и не содержащее модулей между ними.



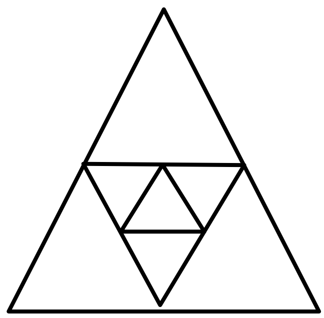
Решение. Рассмотрим схему водоснабжения как некоторый связный граф, в котором вершины – жилые модули, а ребра – каналы водоснабжения. Найдем в нем количество вершин и ребер. Если уровень треугольника равен k, то очевидно, что в этой системе будет 3k вершин. Добавление нового треугольника «раздваивает» стороны последнего и добавляет еще три своих стороны, потому общее количество ребер графа на k уровне будет равно 6 * (k - 1) + 3. Отсюда получаем, что в графе 27 вершин и 51 ребро.

Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после того, как уберут ребра, осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 27 - 1 = 26 ребер. Получаем, что нужно убрать 51 - 26 = 25 ребер.

Ответ. 25

Задача 5.4. Космические ЖКУ. Планируя будущее поселение на Марсе, инженер Роскосмоса составил схему водоснабжения жилых модулей, которая выглядит следующим образом. Сперва три модуля располагаются в вершинах правильного треугольника «первого уровня», стороны которого – каналы водоснабжения. Затем на серединах сторон треугольника первого уровня ставятся еще три модуля (при этом каждый из трех каналов разбивается на два), которые также связываются между собой каналами и образуют треугольник «второго уровня». Та же процедура производится с треугольником второго уровня, чтобы получить треугольник «третьего уровня». Всего запланировано 11 уровней треугольников.

Глава Роскосмоса предположил, что получается слишком много каналов водоснабжения, ведь доставка любого груза на Марс чрезвычайно дорога. Потому он просит Вас помочь ему сэкономить и определить максимальное число каналов, которое можно убрать из этой схемы так, чтобы любые два модуля были связаны каналами водоснабжения, возможно, через промежуточные модули. Каналом считается любое ребро получившейся фигуры, связывающее два модуля и не содержащее модулей между ними.



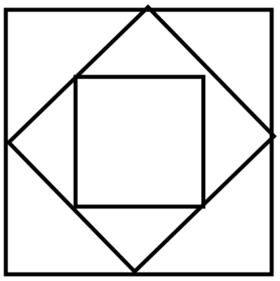
Решение. Рассмотрим схему водоснабжения как некоторый связный граф, в котором вершины – жилые модули, а ребра – каналы водоснабжения. Найдем в нем количество вершин и ребер. Если уровень треугольника равен k, то очевидно, что в этой системе будет 3k вершин. Добавление нового треугольника «раздваивает» стороны последнего и добавляет еще три своих стороны, потому общее количество ребер графа на k уровне будет равно 6 (k - 1) + 3. Отсюда получаем, что в графе 33 вершины и 63 ребра.

Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после того, как уберут ребра, осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 33 - 1 = 32 ребра. Получаем, что нужно убрать 63 - 32 = 31 ребро.

Ответ. 31

Задача 5.5. Космические ЖКУ. Планируя будущее поселение на спутнике Юпитера Европе, инженер Роскосмоса предложил схему связи жилых модулей, которая выглядит следующим образом. Сперва четыре модуля располагаются в вершинах квадрата «первого уровня», стороны которого – каналы связи. Затем на серединах сторон квадрата первого уровня ставятся еще четыре модуля (при этом каждый из четырех каналов разбивается на два), которые также связываются между собой каналами связи и образуют квадрат «второго уровня». Та же процедура производится с квадратом второго уровня, чтобы получить квадрат «третьего уровня». Всего запланировано 9 уровней квадратов.

Глава Роскосмоса предположил, что получается слишком много каналов связи, ведь доставка любого груза в космосе чрезвычайно дорога. Потому он просит Вас помочь ему сэкономить и определить максимальное число каналов, которое можно убрать из этой схемы так, чтобы любые два модуля были связаны каналами связи, возможно, через промежуточные модули. Каналом считается любое ребро получившейся фигуры, связывающее два модуля и не содержащее модулей между ними.



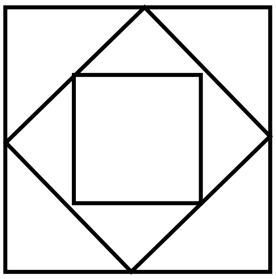
Решение. Рассмотрим схему поселения как некоторый связный граф, в котором вершины – жилые модули, а ребра – каналы связи. Найдем в нем количество вершин и ребер. Если уровень квадрата равен k, то очевидно, что в этой системе будет 4k вершин. Добавление нового квадрата «раздваивает» стороны последнего и добавляет еще четыре своих стороны, потому общее количество ребер графа на k уровне будет равно 8(k - 1) + 4. Отсюда получаем, что в графе 36 вершин и 68 ребер.

Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после того, как уберут ребра, осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 36 - 1 = 35 ребер. Получаем, что нужно убрать 68 - 35 = 33 ребра.

Ответ. 33

Задача 5.6. Космические ЖКУ. Планируя будущее поселение на спутнике Юпитера Европе, инженер Роскосмоса предложил схему связи жилых модулей, которая выглядит следующим образом. Сперва четыре модуля располагаются в вершинах квадрата «первого уровня», стороны которого – каналы связи. Затем на серединах сторон квадрата первого уровня ставятся еще четыре модуля (при этом каждый из четырех каналов разбивается на два), которые также связываются между собой каналами связи и образуют квадрат «второго уровня». Та же процедура производится с квадратом второго уровня, чтобы получить квадрат «третьего уровня». Всего запланировано 11 уровней квадратов.

Глава Роскосмоса предположил, что получается слишком много каналов связи, ведь доставка любого груза в космосе чрезвычайно дорога. Потому он просит Вас помочь ему сэкономить и определить максимальное число каналов, которое можно убрать из этой схемы так, чтобы любые два модуля были связаны каналами связи, возможно, через промежуточные модули. Каналом считается любое ребро получившейся фигуры, связывающее два модуля и не содержащее модулей между ними.



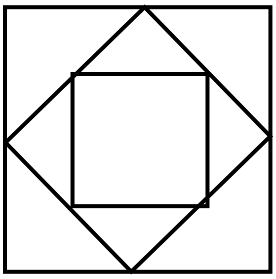
Решение. Рассмотрим схему поселения как некоторый связный граф, в котором вершины – жилые модули, а ребра – каналы связи. Найдем в нем количество вершин и ребер. Если уровень квадрата равен k, то очевидно, что в этой системе будет 4k вершин. Добавление нового квадрата «раздваивает» стороны последнего и добавляет еще четыре своих стороны, потому общее количество ребер графа на k уровне будет равно 8(k - 1) + 4. Отсюда получаем, что в графе 44 вершины и 84 ребра.

Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после того, как уберут ребра, осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 44 - 1 = 43 ребра. Получаем, что нужно убрать 84 - 43 = 41 ребро.

Ответ. 41

Задача 5.7. Космические ЖКУ. Планируя будущее поселение на спутнике Юпитера Европе, инженер Роскосмоса предложил схему связи жилых модулей, которая выглядит следующим образом. Сперва четыре модуля располагаются в вершинах квадрата «первого уровня», стороны которого – каналы связи. Затем на серединах сторон квадрата первого уровня ставятся еще четыре модуля (при этом каждый из четырех каналов разбивается на два), которые также связываются между собой каналами связи и образуют квадрат «второго уровня». Та же процедура производится с квадратом второго уровня, чтобы получить квадрат «третьего уровня». Всего запланировано 13 уровней квадратов.

Глава Роскосмоса предположил, что получается слишком много каналов связи, ведь доставка любого груза в космосе чрезвычайно дорога. Потому он просит Вас помочь ему сэкономить и определить максимальное число каналов, которое можно убрать из этой схемы так, чтобы любые два модуля были связаны каналами связи, возможно, через промежуточные модули. Каналом считается любое ребро получившейся фигуры, связывающее два модуля и не содержащее модулей между ними.



Решение. Рассмотрим схему поселения как некоторый связный граф, в котором вершины – жилые модули, а ребра – каналы связи. Найдем в нем количество вершин и ребер. Если уровень квадрата равен k, то очевидно, что в этой системе будет 4k вершин. Добавление нового квадрата «раздваивает» стороны последнего и добавляет еще четыре своих стороны, потому общее количество ребер графа на k уровне будет равно 8(k - 1) + 4. Отсюда получаем, что в графе 52 вершины и 100 ребер.

Из условия задачи следует, что должен получится связный граф, в котором меньше всего ребер. Очевидно, в таком графе не может быть циклов. Значит, необходимо, чтобы после того, как уберут ребра, осталось некоторое дерево. В любом дереве ребер на единицу меньше, чем вершин. Значит, должно остаться как минимум 52 - 1 = 51 ребро. Получаем, что нужно убрать 100 - 51 = 49 ребро.

Ответ. 49