

Задачи №1

№1.1

При расчете скорости автомобиля спидометр измеряет скорость вращения колес и умножает ее на коэффициент, зависящий от их радиуса. Антону как-то довелось поставить на свой автомобиль колёса немного меньшего радиуса, из-за чего спидометр стал завышать скорость. Антон заметил: чтобы не превышать ограничение в 60 км/ч, показатель спидометра не должен заходить за отметку 70 км/ч. На какую максимальную скорость на спидометре следует ориентироваться Антону, чтобы не превысить ограничение в 90 км/ч?

Решение

Спидометр завышает скорость в $\frac{70 \text{ км/ч}}{60 \text{ км/ч}} = \frac{7}{6}$ раза. Значит, при движении с реальной скоростью 90 км/ч спидометр будет показывать $90 \text{ км/ч} * \frac{7}{6} = 105 \text{ км/ч}$ – на эту скорость и нужно ориентироваться.

Ответ: 105.

№1.1+

При расчете скорости автомобиля спидометр измеряет скорость вращения колес и умножает ее на коэффициент, зависящий от их радиуса. Антону как-то довелось поставить на свой автомобиль колёса немного меньшего радиуса, из-за чего спидометр стал завышать скорость. Антон заметил: чтобы не превышать ограничение в 60 км/ч, показатель спидометра не должен заходить за отметку 75 км/ч. На какую максимальную скорость на спидометре следует ориентироваться Антону, чтобы не превысить ограничение в 80 км/ч?

Решение

Спидометр завышает скорость в $\frac{75 \text{ км/ч}}{60 \text{ км/ч}} = \frac{5}{4}$ раза. Значит, при движении с реальной скоростью 80 км/ч спидометр будет показывать $80 \text{ км/ч} * \frac{5}{4} = 100 \text{ км/ч}$ – на эту скорость и нужно ориентироваться.

Ответ: 100.

№1.2

Одна из прогрессивных школ Москвы решила попробовать новый подход в мотивации учащихся к спорту: теперь за сдачу нормативов на «отлично» учащимся дарят кристаллы в Genshin Impact. Однако и сами нормативы поднялись: помимо прочего, на стометровку стало отводиться лишь 15 секунд. Ученик Паша хочет понять, получится ли у него получить заветные кристаллы. Имея опыт опаздывать на маршрутку, он уже знает, что бегать может очень быстро: его средняя скорость может достигать 8 м/с. А за какое время он пробежит 100 метров при движении с такой же средней скоростью? Ответ укажите в секундах, округлив до десятых.

Решение

100 метров Паша сможет пробежать за $\frac{100 \text{ м}}{8 \text{ м/с}} = 12,5 \text{ с}$

Ответ: 12,5.

№1.2+

Одна из прогрессивных школ Москвы решила попробовать новый подход в мотивации учащихся к спорту: теперь за сдачу нормативов на «отлично» учащимся дарят кристаллы в Genshin Impact. Однако и сами нормативы поднялись: помимо прочего, на стометровку стало отводиться лишь 15 секунд. Ученик Паша хочет понять, получится ли у него получить заветные кристаллы. Имея опыт опаздывать на маршрутку, он уже знает, что бегать может очень быстро: его средняя скорость может достигать 10 м/с. А за какое время он пробежит 100 метров при движении с такой же средней скоростью? Ответ укажите в секундах, округлив до десятых.

Решение

100 метров Паша сможет пробежать за $\frac{100 \text{ м}}{10 \text{ м/с}} = 10 \text{ с}$

Ответ: 10.

№1.3

Прослушав аудиокнигу про осознанность, Сизиф прозрел и решил быть более внимательным к своей жизни. Благодаря этому он заметил, что нет разницы, с какой скоростью он катит свой камень, и Сизиф начал катить его очень медленно, практически не двигаясь. Однако Боги этого не оценили и зачаровали камень, который и так был тяжёлым, чтобы со временем он становился ещё тяжелее, пока не окажется на вершине. С какой минимальной средней скоростью теперь нужно Сизифу катить камень, если через 10 минут Сизиф больше не сможет его сдвинуть? Расстояние до вершины – 1 км. Ответ приведите в км/ч, округлив до целого.

Решение

Сизифу необходимо двигаться со скоростью $\frac{1 \text{ км}}{1/6 \text{ ч}} = 6 \text{ км/ч}$.

Ответ: 6.

№1.3+

Прослушав аудиокнигу про осознанность, Сизиф прозрел и решил быть более внимательным к своей жизни. Благодаря этому он заметил, что нет разницы, с какой скоростью он катит свой камень, и Сизиф начал катить его очень медленно, практически не двигаясь. Однако Боги этого не оценили и зачаровали камень, который и так был тяжёлым, чтобы со временем он становился ещё тяжелее, пока не окажется на вершине. С какой минимальной средней скоростью теперь нужно Сизифу катить камень, если через 12 минут Сизиф больше не сможет его сдвинуть? Расстояние до вершины – 1 км. Ответ приведите в км/ч, округлив до целого.

Решение

Сизифу необходимо двигаться со скоростью $\frac{1 \text{ км}}{1/5 \text{ ч}} = 5 \text{ км/ч}$.

Ответ: 5.

№1.4

Аля и Боря решили посоревноваться в том, кто быстрее спустится с 9-го этажа. Боря решил сделать это на лифте, тогда как Аля – побежать вниз, как только лифт с Борей начнёт движение. Боря знает, что лифт едет 8 этажей ровно 15 секунд, а Аля – что она способна пробежать 2 этажа за 3 секунды. На сколько секунд один из них доберётся до первого этажа раньше другого? Округлите до целого.

Решение

Боре понадобится 15 секунд, тогда как Але $\frac{8}{2} * 3 = 12$ секунд. Значит, Аля прибежит раньше на 3 секунды.

Ответ: 3.

№1.4+

Аля и Боря решили посоревноваться в том, кто быстрее спустится с 9-го этажа. Боря решил сделать это на лифте, тогда как Аля – побежать вниз, как только лифт с Борей начнёт движение. Боря знает, что лифт едет 8 этажей ровно 16 секунд, а Аля – что она

способна пробегать 2 этажа за 3 секунды. На сколько секунд один из них доберётся до первого этажа раньше другого? Округлите до целого.

Решение

Боре понадобится 16 секунд, тогда как Але $\frac{8}{2} * 3 = 12$ секунд. Значит, Аля прибежит раньше на 4 секунды.

Ответ: 4.

№1.5

В одном из миров мультивселенной колобок решил не общаться с сомнительными встречными, а просто побыстрее прокатиться через опасный лес в более безопасные края. Чтобы точно не угодить в беду, он решил сперва вычислить, с какой скоростью ему стоит катиться, чтобы никто не смог его догнать. Изучив результаты соревнований прошлого года, он выяснил, что быстрее всех тогда бегал заяц, пробежав 100 метров за 5,6 секунды. «Если буду катиться с той же скоростью, остальных мне точно не стоит бояться», - подумал колобок. Какова была средняя скорость зайца во время забега, когда он стал чемпионом? Ответ укажите в м/с, округлив до целого.

Решение:

Средняя скорость зайца:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{100 \text{ м}}{5,6 \text{ с}} \approx 17,86 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 18.

№1.5+

В одном из миров мультивселенной колобок решил не общаться с сомнительными встречными, а просто побыстрее прокатиться через опасный лес в более безопасные края. Чтобы точно не угодить в беду, он решил сперва вычислить, с какой скоростью ему стоит катиться, чтобы никто не смог его догнать. Изучив результаты соревнований прошлого года, он выяснил, что быстрее всех тогда бегал заяц, пробежав 100 метров за 5,8 секунды. «Если буду катиться с той же скоростью, остальных мне точно не стоит бояться», - подумал колобок. Какова была средняя скорость зайца во время забега, когда он стал чемпионом? Ответ укажите в м/с, округлив до целого.

Решение:

Средняя скорость зайца:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{100 \text{ м}}{5,8 \text{ с}} \approx 17,24 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 17 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 17.

№1.6

Когда вышла новая часть аниме Наруто, рассказывающая про внука Наруто, сына Боруто Турутто, оказалось, что Турутто мог двигаться ещё быстрее своих предков, но не мог в полной мере контролировать свои возможности и при беге с определённой периодичностью смещался вправо относительно направления бега. Сдавая экзамен в академии шиноби, он должен был пробежать стометровку. Турутто побегал быстрее всех и пробежал 100 метров за 4 секунды, но не в ту сторону: во время бега он дважды сместился вправо и оказался в 25 метрах от финиша. Как только он это понял, он мгновенно побегал к финишу с той же скоростью – и сдал экзамен. Сколько секунд суммарно затратил он на то, чтобы достичь финиша? Ответ округлите до целого.

Решение

Скорость, с которой бежал Турутто $v = \frac{L}{t} = \frac{100 \text{ м}}{4 \text{ с}} = 25 \text{ м/с}$.

25 метров, оставшиеся до финиша, он пробежал за дополнительное время $\frac{25 \text{ м}}{25 \text{ м/с}} =$

1 с.

Всего он затратил $4 + 1 = 5$ секунд.

Ответ: 5.

№1.6+

Когда вышла новая часть аниме Наруто, рассказывающая про внука Наруто, сына Боруто Турутто, оказалось, что Турутто мог двигаться ещё быстрее своих предков, но не мог в полной мере контролировать свои возможности и при беге с определённой периодичностью смещался вправо относительно направления бега. Сдавая экзамен в академии шиноби, он должен был пробежать стометровку. Турутто побегал быстрее всех и пробежал 100 метров за 5 секунд, но не в ту сторону: во время бега он дважды сместился вправо и оказался в 20 метрах от финиша. Как только он это понял, он мгновенно побегал к финишу с той же скоростью – и сдал экзамен. Сколько секунд суммарно затратил он на то, чтобы достичь финиша? Ответ округлите до целого.

Решение

Скорость, с которой бежал Турутто $v = \frac{L}{t} = \frac{100 \text{ м}}{5 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}$.

20 метров, оставшиеся до финиша, он пробежал за дополнительное время $\frac{20 \text{ м}}{20 \text{ м/с}} =$

1 с.

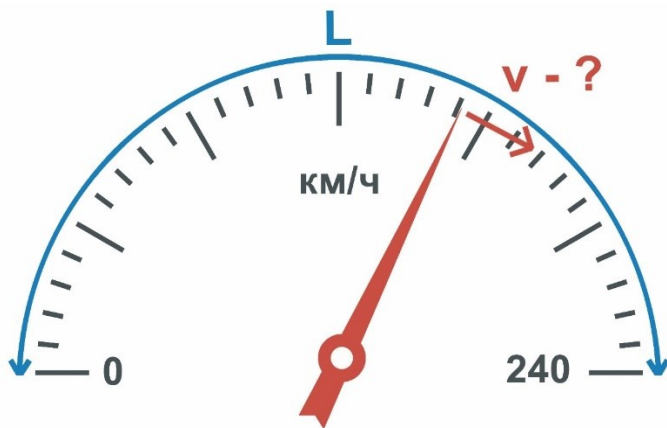
Всего он затратил $5 + 1 = 6$ секунд.

Ответ: 6.

Задачи №2

№2.1

Котом Котангенсом был создан новый электромобиль, который при любой скорости может разгоняться с максимальным ускорением, равным $a = 10 \text{ м/с}^2$. Максимальная скорость электромобиля равняется $u = 240 \text{ км/ч}$. Кот был, несомненно, рад своей разработке, ведь ускорение, с которым могут разгоняться существующие автомобили, зависит от их текущей скорости движения. А чтобы не возникло проблем при подборе спидометра, кот решил узнать, с какой скоростью v должен двигаться конец стрелки указателя спидометра при максимальном ускорении, если длина его шкалы $L = 20 \text{ см}$. Найдите скорость движения указателя спидометра в см/с. Ответ округлите до десятых.



Решение

Заметим, что скорость движения указателя спидометра является постоянной при постоянном ускорении электромобиля.

Электромобиль достигнет скорости $V = 250 \text{ км/ч} \approx 66,7 \text{ м/с}$ за время:

$$t_1 = \frac{V}{a} \approx \frac{66,7}{10} = 6,67 \text{ с.}$$

За это же время стрелка указателя спидометра пройдет расстояние $l = 20 \text{ см}$, а значит:

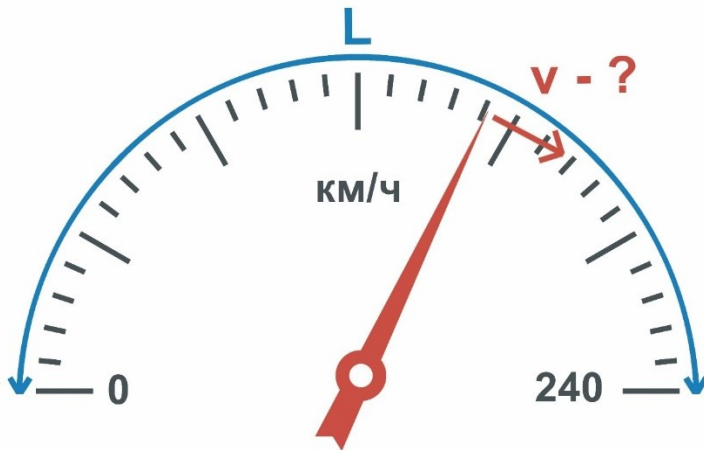
$$V_{\text{стрелки}} \approx \frac{20}{6,67} \approx 3 \text{ см/с.}$$

Ответ: 3.

№2.1+

Котом Котангенсом был создан новый электромобиль, который при любой скорости может разгоняться с максимальным ускорением, равным $a = 10 \text{ м/с}^2$. Максимальная скорость электромобиля равняется $u = 240 \text{ км/ч}$. Кот был, несомненно, рад своей разработке, ведь ускорение, с которым могут разгоняться существующие автомобили, зависит от их текущей скорости движения. А чтобы не возникло проблем при подборе

спидометра, кот решил узнать, с какой скоростью v должен двигаться конец стрелки указателя спидометра при максимальном ускорении, если длина его шкалы $L = 24$ см. Найдите скорость движения указателя спидометра в см/с. Ответ округлите до десятых.

**Решение**

Заметим, что скорость движения указателя спидометра является постоянной при постоянном ускорении автомобиля.

Автомобиль достигнет скорости $V = 250$ км/ч $\approx 66,7$ м/с за время:

$$t_1 = \frac{V}{a} \approx \frac{66,7}{10} = 6,67 \text{ с.}$$

За это же время стрелка указателя спидометра пройдет расстояние $l = 24$ см, а значит:

$$V_{\text{стрелки}} \approx \frac{24}{6,67} \approx 3,6 \text{ см/с.}$$

Ответ: 3,6.

№2.2

Отправляясь в путешествие, Кот Котангенс решил купить билет на самолет. Как и любому другому образованному коту, Котангенсу стало интересно: какая может быть максимальная скорость у самолета, который приземляется на полосу длиной $l = 2000$ м и тормозит с ускорением $a = 1$ м/с². Известно, что при стандартных условиях захода на посадку 1/5 полосы не используется: этот запас нужен только для чрезвычайных ситуаций. Найдите максимальную горизонтальную скорость самолёта в момент касания с землёй при стандартных условиях захода на посадку в отсутствие ветра. Приведите ответ в километрах в час, округлите до целого.

Решение

Из $l = 2000$ м для посадки, согласно условию задачи, максимум может быть использовано:

$$l_{\text{посадки}} = l * \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5} * 2000 \text{ м} = 1600 \text{ м}$$

Известно, что ускорение, скорость и пройденный путь связаны следующим выражением:

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}$$

Максимальная скорость посадки может быть достигнута, если самолет использует всю предоставленную ему длину полосы. В нашем случае заданы путь (равен максимальной используемой длине полосы) и ускорение:

$$l_{\text{посадки}} = \frac{V_{\text{макс}}^2}{2a} \rightarrow V_{\text{макс}} = \sqrt{2l_{\text{посадки}}a} = \sqrt{2 * 1600 \text{ м} * 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 56,6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 204 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: 204.

№2.2

Отправляясь в путешествие, Кот Котангенс решил купить билет на самолет. Как и любому другому образованному коту, Котангенсу стало интересно: какая может быть максимальная скорость у самолета, который приземляется на полосу длиной $l = 2000$ м и тормозит с ускорением $a = 2$ м/с². Известно, что при стандартных условиях захода на посадку $1/5$ полосы не используется: этот запас нужен только для чрезвычайных ситуаций. Найдите максимальную горизонтальную скорость самолёта в момент касания с землёй при стандартных условиях захода на посадку в отсутствие ветра. Приведите ответ в километрах в час, округлите до целого.

Решение

Из $l = 2000$ м для посадки, согласно условию задачи, максимум может быть использовано:

$$l_{\text{посадки}} = l * \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5} * 2000 \text{ м} = 1600 \text{ м}$$

Известно, что ускорение, скорость и пройденный путь связаны следующим выражением:

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}$$

Максимальная скорость посадки может быть достигнута, если самолет использует всю предоставленную ему длину полосы. В нашем случае заданы путь (равен максимальной используемой длине полосы) и ускорение:

$$l_{\text{посадки}} = \frac{V_{\text{макс}}^2}{2a} \rightarrow V_{\text{макс}} = \sqrt{2l_{\text{посадки}}a} = \sqrt{2 * 1600 \text{ м} * 2 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} \approx 80 \frac{\text{М}}{\text{с}} \approx 288 \frac{\text{КМ}}{\text{Ч}}$$

Ответ: 288.

№2.3

Инновационная ракета с котом Котангенсом, который планирует побывать на Международной космической станции, стартует с поверхности Земли и поднимается вверх с ускорением $a = 10 \text{ м/с}^2$. Достигнув высоты 50 км, ракета уменьшает тягу, и далее её скорость не меняется вплоть до орбиты в 350 км, где начинается торможение. Весь этот путь ракета проходит, двигаясь вертикально вверх. Через сколько секунд после старта ракета начинает снижать скорость? Ответ округлите до целого.

Решение

Найдем время, через которое происходит уменьшение тяги:

$$H = \frac{at_1^2}{2} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{a}} = \sqrt{\frac{2 * 50\,000}{10}} = 100 \text{ с.}$$

Скорость ракеты в этот момент:

$$v_1 = at_1 = 10 \text{ м/с}^2 * 100 \text{ с} = 1000 \text{ м/с.}$$

С этой скоростью ракета пролетает оставшиеся 300 км за время:

$$t_2 = \frac{L}{v_1} = \frac{300\,000 \text{ м}}{1000 \text{ м/с}} = 300 \text{ с.}$$

Суммарно от момента старта до момента начала торможения проходит:

$$t = t_1 + t_2 = 400 \text{ с.}$$

Ответ: 400.

№2.3+

Инновационная ракета с котом Котангенсом, который планирует побывать на Международной космической станции, стартует с поверхности Земли и поднимается вверх с ускорением $a = 10 \text{ м/с}^2$. Достигнув высоты 60 км, ракета уменьшает тягу, и далее её скорость не меняется вплоть до орбиты в 360 км, где начинается торможение. Весь этот путь ракета проходит, двигаясь вертикально вверх. Через сколько секунд после старта ракета начинает снижать скорость? Ответ округлите до целого.

Решение

Найдем время, через которое происходит уменьшение тяги:

$$H = \frac{at_1^2}{2} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{a}} = \sqrt{\frac{2 * 60\,000}{10}} \approx 110 \text{ с.}$$

Скорость ракеты в этот момент:

$$v_1 = at_1 = 10 \text{ м/с}^2 * 110 \text{ с} = 1100 \text{ м/с.}$$

С этой скоростью ракета пролетает оставшиеся 300 км за время:

$$t_2 = \frac{L}{v_1} = \frac{300\,000 \text{ м}}{1100 \text{ м/с}} \approx 273 \text{ с.}$$

Суммарно от момента старта до момента начала торможения проходит:

$$t = t_1 + t_2 = 383 \text{ с.}$$

Ответ: 383.

№2.4

Как сетовал герой известного романа, «на каждого человека, даже партийного, давит атмосферный столб весом в 214 кило». Это действительно так, и, если кто-то говорит, что «у него на плечах лежит тяжёлый груз», задумайтесь, может быть, он просто зануда и констатирует физические факты. Но 214 кило – это груз, давящий на человека крупного, партийного. На обычных школьников так сильно атмосфера не давит. Но давайте посчитаем, какой же груз лежит на Ваших плечах? Атмосферное давление принять за 100 кПа, а площадь одного плеча – за 60 см². В ответе укажите суммарную массу на обоих плечах, выразив в килограммах и округлив до целого.

Заметим, что на самом деле высказывание этого героя с физической точки зрения некорректно, т.к. вес измеряется в Ньютонах. Но сама идея – верная.

Решение

Вес атмосферного столба можно выразить и через давление, и через его массу:

$$F = PS = mg$$
$$\rightarrow m = \frac{PS}{g} = \frac{100\,000 \text{ Па} * 2 * 0,006 \text{ м}^2}{10 \text{ м/с}^2} = 120 \text{ кг}$$

Ответ: 120.

№2.4+

Как сетовал герой известного романа, «на каждого человека, даже партийного, давит атмосферный столб весом в 214 кило». Это действительно так, и, если кто-то говорит, что “у него на плечах лежит тяжёлый груз”, задумайтесь, может быть, он просто зануда и констатирует физические факты. Но 214 кило – это груз, давящий на человека крупного, партийного. На обычных школьников так сильно атмосфера не давит. Но давайте посчитаем, какой же груз лежит на Ваших плечах? Атмосферное давление принять за 100 кПа, а площадь одного плеча – за 70 см². В ответе укажите суммарную массу на обоих плечах, выразив в килограммах и округлив до целого.

Заметим, что на самом деле высказывание этого героя с физической точки зрения некорректно, т.к. вес измеряется в Ньютонах. Но сама идея – верная.

Решение

Вес атмосферного столба можно выразить и через давление, и через его массу:

$$F = PS = mg$$
$$\rightarrow m = \frac{PS}{g} = \frac{100\,000 \text{ Па} * 2 * 0,007 \text{ м}^2}{10 \text{ м/с}^2} = 140 \text{ кг}$$

Ответ: 140.

№2.5

Петя обожал праздновать Новый год, и каждый раз ждал, когда же настанет заветная полночь, в которую каждое желание обязательно сбудется. Однако в это мгновение он обычно успевал загадать только что-то одно. Но как-то после боя курантов он решил сразу поздравить свою тётушку из более западной части России и узнал, что у них Новый год ещё не наступил и до него ещё час. Петя знал физику и сразу понял, что дело

во вращении Земли и в том, что время определяется по положению солнца, которое для разных точек Земли разное и зависит от её поворота. И у Пети созрела великолепная идея: а что, если отправиться в Елизово и ровно в канун нового года вылететь с определённой скоростью на самолёте в сторону Москвы? Тогда получится, что канун будет длиться целых девять часов, и можно будет загадать все-все-все желания! А с какой скоростью ему придётся лететь? Ответ приведите в км/ч, округлив до целого. Петя подобрал маршрут так, чтобы лететь нужно было на практически постоянной широте, на которой радиус окружности, по которой движется самолёт, равняется 3600 км.

Решение

Для того, чтобы канун нового года «длился» несколько часов, необходимо, чтобы самолёт летел так, чтобы уровень солнца над горизонтом (т.к. речь идет про новогоднюю полночь, то точнее сказать «под горизонтом») оставался одинаковым, ведь именно на его основании определяется местное время. Поэтому необходимо, чтобы скорость самолёта была равна линейной скорости вращения Земли на данной широте. Найти её легко, вспомнив, что период оборота планеты $T = 24$ часа:

$$v = \frac{L}{T} = \frac{2\pi R_1}{T} = \frac{2 * 3,14 * 3600 \text{ км}}{24 \text{ ч}} = 942 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: 942.

№2.5+

Петя обожал праздновать Новый год, и каждый раз ждал, когда же настанет заветная полночь, в которую каждое желание обязательно сбудется. Однако в это мгновение он обычно успевал загадать только что-то одно. Но как-то после боя курантов он решил сразу поздравить свою тётушку из более западной части России и узнал, что у них Новый год ещё не наступил и до него ещё час. Петя знал физику и сразу понял, что дело во вращении Земли и в том, что время определяется по положению солнца, которое для разных точек Земли разное и зависит от её поворота. И у Пети созрела великолепная идея: а что, если отправиться в Магадана и ровно в канун нового года вылететь с определённой скоростью на самолёте в сторону Санкт-Петербурга? Тогда получится, что канун будет длиться целых восемь часов, и можно будет загадать все-все-все желания! А с какой скоростью ему придётся лететь? Ответ приведите в км/ч, округлив до целого. Петя подобрал маршрут так, чтобы лететь нужно было на практически постоянной широте, на которой радиус окружности, по которой движется самолёт, равняется 3200 км.

Решение

Для того, чтобы канун нового года «длился» несколько часов, необходимо, чтобы самолёт летел так, чтобы уровень солнца над горизонтом (т.к. речь идет про

новогоднюю полночь, то точнее сказать «под горизонтом») оставался одинаковым, ведь именно на его основании определяется местное время. Поэтому необходимо, чтобы скорость самолёта была равна линейной скорости вращения Земли на данной широте. Найти её легко, вспомнив, что период оборота планеты $T = 24$ часа:

$$v = \frac{L}{T} = \frac{2\pi R_1}{T} = \frac{2 * 3,14 * 3200 \text{ км}}{24 \text{ ч}} \approx 837 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: 837.

№2.6

Коэффициент трения скольжения обычных резиновых шин по сухому асфальту приблизительно равен 0,7. Исходя из этого, найдите, чему равен гипотетический минимум длины тормозного пути автомобиля с такими шинами до полной остановки при торможении с полностью заблокированными колёсами и начальной скоростью 100 км/ч. Считать, что сила реакции опоры равна силе тяжести, действующей на автомобиль, а единственная сила, вызывающая торможение – сила трения между шинами и асфальтом. Ответ приведите в метрах, округлив до целого.

Примечание: в реальности торможение не происходит на полностью заблокированных колёсах: почти на всех автомобилях есть антиблокировочная система (АБС), которая делает торможение прерывистым, повышая управляемость автомобиля и сокращая тормозной путь. В данной задаче мы рассматриваем торможение автомобиля без АБС.

Решение

Ускорение автомобиля максимально, если сила, создающая это ускорение, равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$$

Тогда из второго закона Ньютона ускорение по горизонтальной оси:

$$a = \frac{F_{\text{тр}}}{m} = \mu g$$

Длина тормозного пути:

$$l = \frac{v^2}{2a} = \frac{\left(27,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 * 0,7 * 10} \approx 55 \text{ м.}$$

Ответ: 55.

№2.6+

Коэффициент трения скольжения обычных резиновых шин по мокрому асфальту приблизительно равен 0,5. Исходя из этого, найдите, чему равен гипотетический минимум длины тормозного пути автомобиля с такими шинами до полной остановки при торможении с полностью заблокированными колёсами и начальной скоростью 100 км/ч. Считать, что сила реакции опоры равна силе тяжести, действующей на автомобиль, а

единственная сила, вызывающая торможение – сила трения между шинами и асфальтом. Ответ приведите в метрах, округлив до целого.

Примечание: в реальности торможение не происходит на полностью заблокированных колёсах: почти на всех автомобилях есть антиблокировочная система (АБС), которая делает торможение прерывистым, повышая управляемость автомобиля и сокращая тормозной путь. В данной задаче мы рассматриваем торможение автомобиля без АБС.

Решение

Ускорение автомобиля максимально, если сила, создающая это ускорение, равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$$

Тогда из второго закона Ньютона ускорение по горизонтальной оси:

$$a = \frac{F_{\text{тр}}}{m} = \mu g$$

Длина тормозного пути:

$$l = \frac{v^2}{2a} = \frac{\left(27,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 * 0,5 * 10} \approx 77 \text{ м.}$$

Ответ: 77.

Задачи №3

№3.1

Как известно современным ученым, электроны являются носителями заряда и имеют массу $m_- = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг. В одной лаборатории есть огромная лампа накаливания, работающая при постоянном токе $I = 12$ А. Сколько лет ей необходимо непрерывно работать, чтобы масса прошедших через неё электронов достигла 1 кг? Ответ приведите в годах и округлите до целого. Заряд электрона равен $q_- = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Считать, что в году 365 дней.

Решение

Найдем полный заряд, который пройдет через лампу:

$$Q = I \cdot t$$

Теперь найдем массу электронов, который пройдут через лампу, для этого найдем количество таких электронов и домножим на массу одного электрона:

$$M = \frac{Q}{q_-} m_- = I \cdot \frac{t}{q_-} m_-$$

Отсюда можем выразить время:

$$t = \frac{M q_-}{I m_-} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}}{12 \text{ А} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \approx 1,465 \cdot 10^{10} \text{ с} \approx 465 \text{ лет}$$

Ответ: 465 (верным засчитывается ответ в диапазоне от 460 до 470 лет).

№3.1+

Как известно современным ученым, электроны являются носителями заряда и имеют массу $m_- = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг. В одной лаборатории есть огромная лампа накаливания, работающая при постоянном токе $I = 11$ А. Сколько лет ей необходимо непрерывно работать, чтобы масса прошедших через неё электронов достигла 1 кг? Ответ приведите в годах и округлите до целого. Заряд электрона равен $q_- = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Считать, что в году 365 дней.

Решение

Найдем полный заряд, который пройдет через лампу:

$$Q = I \cdot t$$

Теперь найдем массу электронов, который пройдут через лампу, для этого найдем количество таких электронов и домножим на массу одного электрона:

$$M = \frac{Q}{q_-} m_- = I \cdot \frac{t}{q_-} m_-$$

Отсюда можем выразить время:

$$t = \frac{Mq_-}{Im_-} = \frac{1 \text{ кг} * 1,6 * 10^{-19} \text{ Кл}}{11 \text{ А} * 9,1 * 10^{-31} \text{ кг}} \approx 1,6 * 10^{10} \text{ с} \approx 507 \text{ лет}$$

Ответ: 507 (верным засчитывается ответ в диапазоне от 502 до 512 лет).

№3.2

Ёмкость аккумуляторов обычно измеряется в ампер-часах, т.е. в том, сколько часов аккумулятор может выдавать ток определённой силы. Например, ёмкость в 100 А*ч значит, что аккумулятор может выдавать ток силой 1 А в течение 100 часов, силой 4 А – в течение 25 часов и т.д.

Когда Вере нужно было уезжать с дачи, началась сильная гроза. «Не беда», подумала Вера, ведь ехать ей все равно на автомобиле. Но – вот незадача – автомобиль отказался заводиться из-за разрядившегося аккумулятора. Вере ничего не оставалось, кроме как вернуться в дом. Задумчиво сидя у окна, она слушала плейлист в VK Музыке и смотрела на сверкающие молнии. Вдруг пришло озарение: ведь в грозových разрядах куча энергии! Даже один наверняка мог бы зарядить аккумулятор автомобиля и позволить Вере уехать. Давайте это и оценим: найдите, сколько 12-вольтовых аккумуляторов ёмкостью 60 А*ч мог бы зарядить один грозовой разряд, если бы мы смогли использовать 100% его энергии? Ток в молнии равен приблизительно 30 кА, напряжение – 100 МВ, время удара – 0.2 секунды. Ответ округлите до целого.

Решение

Ёмкость аккумулятора в джоулях:

$$E_{\text{акк}} = U_{\text{акк}} Q = 12 \text{ В} * 60 \text{ А} * 3600 \text{ с} = 2,592 * 10^6 \text{ Дж}$$

Найдём, сколько энергии выделяется при грозовом разряде:

$$E_{\text{молн}} = U_{\text{молн}} I t = 100 * 10^6 \text{ В} * 30 * 10^3 \text{ А} * 0.2 \text{ с} = 6 * 10^{11} \text{ Дж}$$

Искомое количество:

$$N = \frac{E_{\text{молн}}}{E_{\text{акк}}} = \frac{6 * 10^{11}}{2,592 * 10^6} \approx 231481$$

Ответ: от 231 000 до 232 000.

№3.2+

Ёмкость аккумуляторов обычно измеряется в ампер-часах, т.е. в том, сколько часов аккумулятор может выдавать ток определённой силы. Например, ёмкость в 100 А*ч значит, что аккумулятор может выдавать ток силой 1 А в течение 100 часов, силой 4 А – в течение 25 часов и т.д.

Когда Вере нужно было уезжать с дачи, началась сильная гроза. «Не беда», подумала Вера, ведь ехать ей все равно на автомобиле. Но – вот незадача – автомобиль отказался заводиться из-за разрядившегося аккумулятора. Вере ничего не оставалось, кроме как вернуться в дом. Задумчиво сидя у окна, она слушала плейлист в VK Музыке

и смотрела на сверкающие молнии. Вдруг пришло озарение: ведь в грозовых разрядах куча энергии! Даже один наверняка мог бы зарядить аккумулятор автомобиля и позволить Вере уехать. Давайте это и оценим: найдите, сколько 12-вольтовых аккумуляторов ёмкостью 70 А*ч мог бы зарядить один грозовой разряд, если бы мы смогли использовать 100% его энергии? Ток в молнии равен приблизительно 30 кА, напряжение – 100 МВ, время удара – 0.2 секунды. Ответ округлите до целого.

Решение

Ёмкость аккумулятора в джоулях:

$$E_{\text{акк}} = U_{\text{акк}}Q = 12 \text{ В} * 70 \text{ А} * 3600 \text{ с} = 3,024 * 10^6 \text{ Дж}$$

Найдём, сколько энергии выделяется при грозовом разряде:

$$E_{\text{молн}} = U_{\text{молн}}It = 100 * 10^6 \text{ В} * 30 * 10^3 \text{ А} * 0.2 \text{ с} = 6 * 10^{11} \text{ Дж}$$

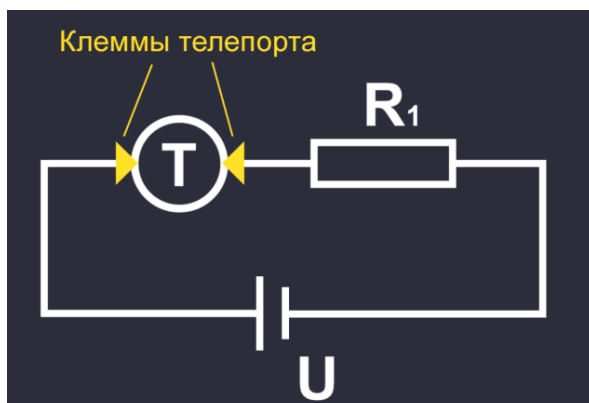
Искомое количество:

$$N = \frac{E_{\text{молн}}}{E_{\text{акк}}} = \frac{6 * 10^{11}}{3,024 * 10^6} \approx 198412$$

Ответ: от 198 000 до 199 000.

№3.3

После очередной авантюры Шурика Ивану Васильевичу вновь пришлось поменять профессию: теперь он – физик, помогающий Шурику в разработке устройства телепортации. Для телепортации объект зажимается между двумя клеммами – и оказалось, что телепорт Т работает только в том случае, если на напряжение между его клеммами составит ровно 20,24 В! Но напряжение питания в системе $U = 50 \text{ В}$, поэтому перед Иваном Васильевичем была поставлена задача каждый раз подбирать сопротивление резистора, подключаемого последовательно к объекту, чтобы напряжение делилось в нужном соотношении. В первом эксперименте Иван Васильевич подсоединил к объекту последовательно резистор $R_1 = 250 \text{ Ом}$, при этом напряжение между клеммами телепорта составило $U_T = 30 \text{ В}$. Какой величины резистор нужно подключить, чтобы между клеммами оказалось ровно 20,24 В? Считать, что телепорт с помещённым в него объектом ведёт себя как резистор с постоянным сопротивлением. Ответ укажите в омах, округлите до целого.



Решение

Запишем закон Ома для резистора для первого случая:

$$U_R = U - U_T = I_1 R_1 \rightarrow I_1 = \frac{U - U_T}{R_1} = \frac{20 \text{ В}}{250 \text{ Ом}} = 0,08 \text{ А}$$

Сопротивление телепортируемого объекта:

$$R_T = \frac{U_T}{I_1} = \frac{30 \text{ В}}{0,08 \text{ А}} = 375 \text{ Ом}$$

Если на нём окажется 20,24 В, ток через систему будет равен

$$I_2 = \frac{U'_T}{R_T} = \frac{20,24 \text{ В}}{375 \text{ Ом}} \approx 0,054 \text{ А}$$

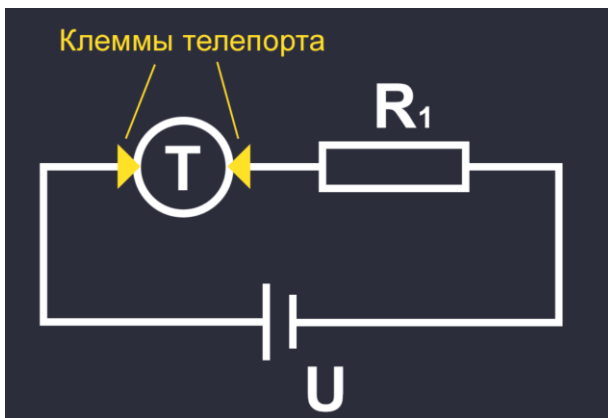
Искомое сопротивление

$$R_x = \frac{U - U'_T}{I_2} = \frac{29,76 \text{ В}}{0,054 \text{ А}} \approx 551 \text{ Ом}$$

Ответ: 551.

№3.3+

После очередной авантюры Шурика Ивану Васильевичу вновь пришлось поменять профессию: теперь он – физик, помогающий Шурику в разработке устройства телепортации. Для телепортации объект зажимается между двумя клеммами – и оказалось, что телепорт Т работает только в том случае, если на напряжение между его клеммами составит ровно 20,24 В! Но напряжение питания в системе $U = 50 \text{ В}$, поэтому перед Иваном Васильевичем была поставлена задача каждый раз подбирать сопротивление резистора, подключаемого последовательно к объекту, чтобы напряжение делилось в нужном соотношении. В первом эксперименте Иван Васильевич подсоединил к объекту последовательно резистор $R_1 = 200 \text{ Ом}$, при этом напряжение между клеммами телепорта составило $U_T = 30 \text{ В}$. Какой величины резистор нужно подключить, чтобы между клеммами оказалось ровно 20,24 В? Считать, что телепорт с помещённым в него объектом ведёт себя как резистор с постоянным сопротивлением. Ответ укажите в омах, округлите до целого.



Решение

Запишем закон Ома для резистора для первого случая:

$$U_R = U - U_T = I_1 R_1 \rightarrow I_1 = \frac{U - U_T}{R_1} = \frac{20 \text{ В}}{200 \text{ Ом}} = 0,1 \text{ А}$$

Сопротивление телепортируемого объекта:

$$R_T = \frac{U_T}{I_1} = \frac{30 \text{ В}}{0,1 \text{ А}} = 300 \text{ Ом}$$

Если на нём окажется 20,24 В, ток через систему будет равен

$$I_2 = \frac{U'_T}{R_T} = \frac{20,24 \text{ В}}{300 \text{ Ом}} \approx 0,067 \text{ А}$$

Искомое сопротивление

$$R_x = \frac{U - U'_T}{I_2} = \frac{29,76 \text{ В}}{0,067 \text{ А}} \approx 444 \text{ Ом}$$

Ответ: 444.

№3.4

Автомобильный аккумулятор не создаёт большого напряжения, но может создавать огромный ток, без которого запуск двигателя невозможен. Антон смотрел VK Клипы и наткнулся на эксперимент, где легковой автомобиль заводили, используя вместо аккумулятора напряжением 12 В большое количество обычных пальчиковых батареек. Но в клипе не раскрывали подробностей эксперимента, и Антону стало интересно выяснить, сколько батареек для этого потребовалось. Помогите Антону и вычислите количество батареек, необходимое для пуска двигателя при условии соединения их надлежащим образом.

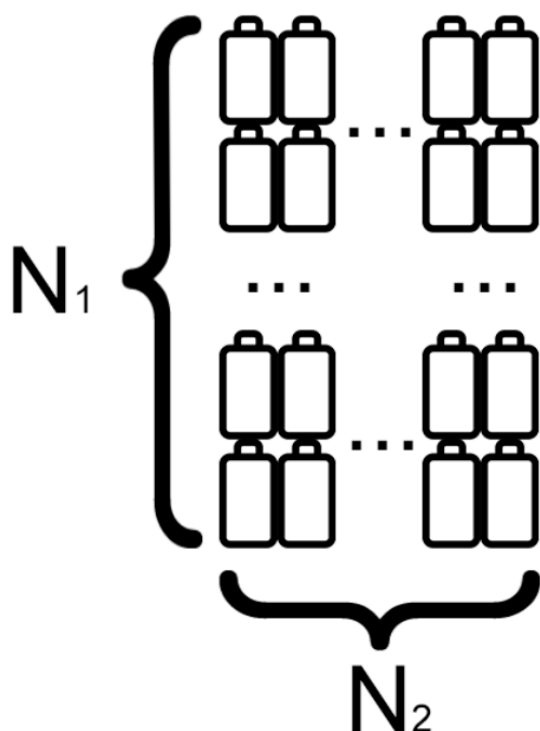
Для оценки можно полагать, что:

1. Для запуска бензинового двигателя нужно подать на стартер напряжение как минимум 10 В, при этом потребляемый ток не менее 50 А.
2. Максимальная мощность, которую можно получить от одной пальчиковой батарейки, достигается при токе нагрузки 0,25 А, при этом напряжение между выводами батарейки составляет 1,25 В.

Решение

Чтобы от батареек можно было запустить аккумулятор, можно собрать из батареек «блоки» из нескольких соединённых последовательно батареек (чтобы из 1,5 В получить примерно 12 В), которые соединять между собой параллельно.

Обозначим N_1 - количество батареек в одном «блоке», N_2 – количество «блоков».



Т.к. внутри «блока» батарейки соединены последовательно, то $N_1 * 1,25 \text{ В} \geq 10 \text{ В}$, $N_1 \geq 8$.

Т.к. «блоки» соединяются между собой параллельно, то $N_2 * 0,25 \text{ А} \geq 50 \text{ А}$, $N_2 \geq 200$.

Суммарное количество батареек $N_1 * N_2 \geq 1600$.

Можно применить и иные схемы соединения батареек, но в любом случае их суммарное количество будет не менее $(10 \text{ В} * 50 \text{ А}) / (1,25 \text{ В} * 0,25 \text{ А}) = 1600$.

(В интернете есть видео, показывающие, что при идеальных условиях эксперимента энтузиастам удавалось запустить двигатель реального малолитражного автомобиля, используя даже всего 200-300 батареек размера АА.)

Ответ: 1600.

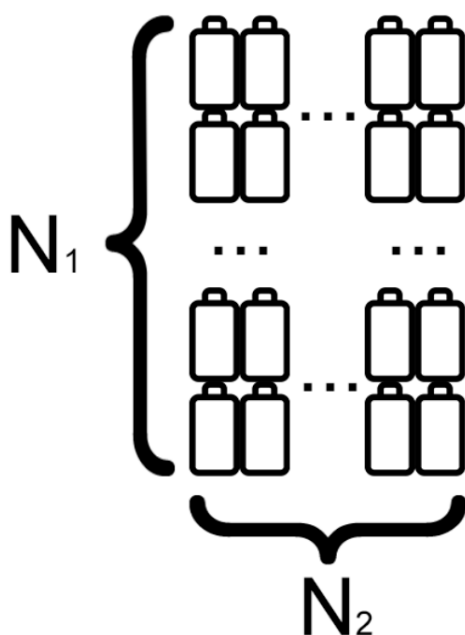
№3.4+

Автомобильный аккумулятор не создаёт большого напряжения, но может создавать огромный ток, без которого запуск двигателя невозможен. Антон смотрел VK Клипы и наткнулся на эксперимент, где легковой автомобиль заводили, используя вместо аккумулятора напряжением 12 В большое количество обычных пальчиковых батареек. Антону стало интересно, а сколько батареек понадобилось бы, если бы речь шла о грузовом дизельном двигателе. Помогите Антону и вычислите количество батареек, необходимое для пуска двигателя при условии соединения их надлежащим образом. Для оценки можно полагать, что:

1. Для запуска дизельного двигателя нужно подать на стартер напряжение как минимум 10 В, при этом потребляемый ток не менее 300 А.
2. Максимальная мощность, которую можно получить от одной пальчиковой батарейки, достигается при токе нагрузки 0,25 А, при этом напряжение между выводами батарейки составляет 1,25 В.

Решение

Чтобы от батареек можно было запустить аккумулятор, можно собрать из батареек «блоки» из нескольких соединённых последовательно батареек (чтобы из 1,5 В получить примерно 12 В), которые соединять между собой параллельно. Обозначим N_1 - количество батареек в одном «блоке», N_2 – количество «блоков».



Т.к. внутри «блока» батарейки соединены последовательно, то $N_1 * 1,25 \text{ В} \geq 10 \text{ В}$, $N_1 \geq 8$.

Т.к. «блоки» соединяются между собой параллельно, то $N_2 * 0,25 \text{ А} \geq 300 \text{ А}$, $N_2 \geq 1200$.

Суммарное количество батареек $N_1 * N_2 \geq 9600$.

Можно применить и иные схемы соединения батареек, но в любом случае их суммарное количество будет не менее $(10 \text{ В} * 300 \text{ А}) / (1,25 \text{ В} * 0,25 \text{ А}) = 9600$.

Ответ: 9600.

№3.5

Без лишних предисловий давайте просто ответим на действительно важный вопрос: сколько часов смогла бы гореть лампочка на энергии одного банана? Предположим, что лампочка способна поглотить ту же энергетическую ценность, что и человек. Средняя энергетическая ценность банана – 90 ккал на 100 г, средняя масса банана – 150 г. Мощность лампочки – 8 Вт. В одной калории 4,184 Дж. Ответ выразить в часах, округлив до целого.

Решение

Найдём энергетическую ценность банана в джоулях:

$$Q_{\text{Дж}} = Q_{\text{кал}} * 4,184 = 90 * 1000 \text{ кал} * \frac{150 \text{ г}}{100 \text{ г}} * 4,184 = 564\,840 \text{ Дж}$$

Тогда время, которое сможет гореть лампочка:

$$t = \frac{Q_{\text{Дж}}}{P} = \frac{564\,840 \text{ Дж}}{8 \text{ Вт}} = 70\,605 \text{ с} \approx 20 \text{ ч}$$

Ответ: 20.

№3.5+

Без лишних предисловий давайте просто ответим на действительно важный вопрос: сколько часов смогла бы гореть лампочка на энергии одного банана? Предположим, что лампочка способна поглотить ту же энергетическую ценность, что и человек. Средняя энергетическая ценность банана – 90 ккал на 100 г, средняя масса банана – 150 г. Мощность лампочки – 6 Вт. В одной калории 4,184 Дж. Ответ выразить в часах, округлив до целого.

Решение

Найдём энергетическую ценность банана в джоулях:

$$Q_{\text{Дж}} = Q_{\text{кал}} * 4,184 = 90 * 1000 \text{ кал} * \frac{150 \text{ г}}{100 \text{ г}} * 4,184 = 564\,840 \text{ Дж}$$

Тогда время, которое сможет гореть лампочка:

$$t = \frac{Q_{\text{Дж}}}{P} = \frac{564\,840 \text{ Дж}}{6 \text{ Вт}} = 94\,140 \text{ с} \approx 26 \text{ ч}$$

Ответ: 26.

№3.6

Обычный легковой автомобиль потребляет около 8 литров бензина на 100 км пути, что по нынешним розничным ценам соответствует примерно 440 рублей. Всё большую популярность набирают электромобили, которые считаются более экологичными и экономичными. Ради интереса давайте сравним: насколько дешевле стоит поездка длиной 100 км на электромобиле? Расход считать при движении со скоростью 90 км/ч,

при которой средняя потребляемая мощность составляет 18 кВт. Стоимость зарядки электромобиля в Москве – 17 рублей за кВт*ч. В ответ запишите, чему равна разность между стоимостью поездки длиной 100 км на автомобиле и электромобиле, выраженная в рублях и округлённая до целого.

Решение

Чтобы проехать 100 км, электромобилю понадобится $\frac{100 \text{ км}}{90 \text{ км/ч}} = \frac{10}{9}$ часа. Расход энергии за это время составит $Q = P * t = 18 \text{ кВт} * \frac{10}{9} \text{ часа} = 20 \text{ кВт} * \text{ч}$. Тогда заплатить за зарядку понадобится $20 \text{ кВт} * \text{ч} * 17 \frac{\text{руб}}{\text{кВт*ч}} = 340$ рублей, а искомая разность равняется $440 - 340 = 100$ рублей

Ответ: 100.

№3.6

Обычный легковой автомобиль потребляет около 8 литров бензина на 100 км пути, что по нынешним розничным ценам соответствует примерно 440 рублей. Всё большую популярность набирают электромобили, которые считаются более экологичными и экономичными. Ради интереса давайте сравним: насколько дешевле стоит поездка длиной 100 км на электромобиле? Расход считать при движении со скоростью 120 км/ч, при которой средняя потребляемая мощность составляет 23 кВт. Стоимость зарядки электромобиля в Москве – 17 рублей за кВт*ч. В ответ запишите, чему равна разность между стоимостью поездки длиной 100 км на автомобиле и электромобиле, выраженная в рублях и округлённая до целого.

Решение

Чтобы проехать 100 км, электромобилю понадобится $\frac{100 \text{ км}}{120 \text{ км/ч}} = \frac{5}{6}$ часа. Расход энергии за это время составит $Q = P * t = 23 \text{ кВт} * \frac{5}{6} \text{ часа} \approx 19 \text{ кВт} * \text{ч}$. Тогда заплатить за зарядку понадобится $19 \text{ кВт} * \text{ч} * 17 \frac{\text{руб}}{\text{кВт*ч}} = 323$ рубля, а искомая разность равняется $440 - 323 = 117$ рублей

Ответ: от 112 до 118.

Задачи №4

№4.1

Некоторые успешные люди утверждают, что ванны со льдом идут им только на пользу. Давайте разберемся в следующем интересном вопросе: сколько бургеров может "сжечь" 5-минутное купание в ванне со льдом. Под "сжиганием бургеров" понимается сжигание калорий, которые организм получает от употребления бургеров. Известно, что при нахождении в воде с температурой 0 °С человек тратит на поддержание температуры своего тела 2000 кДж в час. Известно, что одна килокалория — это 4184 Дж, а в одном популярном большом бургере содержится 522 килокалории. Сколько же популярных больших бургеров может «сжечь» 5-минутное купание? Считайте, что во время нахождения человека в ванне температура её содержимого не меняется. Ответ округлите до сотых.

Решение

Количество теплоты, которое человек потратит на нагрев своего тела за время купания:

$$Q = P * t = 2000 \frac{\text{кДж}}{\text{ч}} * \frac{1}{12} \text{ч} \approx 166,7 \text{ кДж}$$

Найдем, какое количество бургеров соответствует этой энергии:

$$N = \frac{Q}{q_{\text{бургера}}} = \frac{166,7 \text{ кДж}}{4184 \frac{\text{Дж}}{\text{ккал}} * 522 \text{ ккал}} \approx 0,08.$$

5-минутное купание в ледяной воде позволит «сжечь» меньше, чем 1/10 бургера.

Ответ: 0,08.

№4.1+

Некоторые успешные люди утверждают, что ванны со льдом идут им только на пользу. Давайте разберемся в следующем интересном вопросе: сколько бургеров может "сжечь" 5-минутное купание в ванне со льдом. Под "сжиганием бургеров" понимается сжигание калорий, которые организм получает от употребления бургеров. Известно, что при нахождении в воде с температурой 0 °С человек тратит на поддержание температуры своего тела 2000 кДж в час.

Известно, что одна килокалория — это 4184 Дж, а в одном популярном большом бургере содержится 850 килокалорий. Сколько же популярных больших бургеров может «сжечь» 5-минутное купание? Считайте, что во время нахождения человека в ванне температура её содержимого не меняется. Ответ округлите до сотых.

Решение

Количество теплоты, которое человек потратит на нагрев своего тела за время купания:

$$Q = P * t = 2000 \frac{\text{кДж}}{\text{ч}} * \frac{1}{12} \text{ч} \approx 166,7 \text{ кДж}$$

Найдем, какое количество бургеров соответствует этой энергии:

$$N = \frac{Q}{q_{\text{бургера}}} = \frac{166,7 \text{ кДж}}{4184 \frac{\text{Дж}}{\text{ккал}} * 850 \text{ ккал}} \approx 0,047 \approx 0,05.$$

5-минутное купание в ледяной воде позволит «сжечь» меньше, чем 1/20 бургера.

Ответ: 0,05.

№4.2

Во время своего путешествия на Байкал в начале зимы кот Котангенс заметил, что за час ледовый покров на озере увеличивает свою толщину на 1 мм. Температура воды в этот момент была равна 0 °С, а температура окружающего воздуха была намного ниже. Сколько тепла уходило с каждого квадратного метра озера в час? Удельная теплота плавления льда $q = 330 \text{ кДж/кг}$, плотность льда 900 кг/м^3 . Считайте, что весь лед также находится при 0 °С. Ответ укажите в килоджоулях, округлив до целого.

Решение

Теплота, отводимая при формировании 1 мм льда на 1 м^2 озера за один час:

$$Q = q * \Delta h * \rho * S = 330 \text{ кДж/кг} * 0,001 \text{ м} * 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} * 1 \text{ м}^2 = 297 \text{ кДж}$$

Ответ: 297.

№4.2+

Во время своего путешествия на Байкал в начале зимы кот Котангенс заметил, что за час ледовый покров на озере увеличивает свою толщину на 0,8 мм. Температура воды в этот момент была равна 0 °С, а температура окружающего воздуха была намного ниже. Сколько тепла уходило с каждого квадратного метра озера в час? Удельная теплота плавления льда $q = 330$ кДж/кг, плотность льда 900 кг/м³. Считайте, что весь лед также находится при 0 °С. Ответ укажите в килоджоулях, округлив до целого.

Решение

Теплота, отводимая при формировании 0,8 мм льда на 1 м² озера за один час:

$$Q = q * \Delta h * \rho * S = 330\,000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} * 0,0008 \text{ м} * 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} * 1 \text{ м}^2 \approx 238 \text{ кДж}$$

Ответ: 238.

№4.3

Душному Олегу стало интересно, как ещё можно использовать его талант. Одноклассники однажды сказали ему:

- Олег! Уже спустя четыре минуты после твоих речей температура в классе повышается на 1 градус, а учительница вообще доходит до кипения!

- Вообще-то, спустя 3 минуты 42 секунды, - возразил Олег.

После чего ему стало интересно: если с учительницей он справляется так оперативно, способен ли он аналогичным образом довести до кипения воду в чашке? Считая массу воздуха в классе равной 222 кг, а теплоёмкость – 1000 Дж/(кг·°С), найдите, сколько секунд необходимо душному Олегу, чтобы вода при начальной температуре 25 градусов, массе 300 грамм и теплоёмкости 4200 Дж/(кг·°С) закипела. Округлите до целого. Считайте, что вся энергия, с которой Олег нагревал класс, тратится только на нагревание воды, а учительница всегда доходила до кипения самостоятельно.

Решение:

Найдём мощность Олега:

$$P = \frac{Q_{\text{возд}}}{\tau} = \frac{c_{\text{возд}} m_{\text{возд}} \Delta t_{\text{возд}}}{\tau} = \frac{1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{С}} * 222 \text{ кг} * 1 ^\circ\text{С}}{222 \text{ с}} = 1000 \text{ Вт}$$

Время, необходимое для закипания воды:

$$\tau_1 = \frac{Q_{\text{воды}}}{P} = \frac{c_{\text{воды}} m_{\text{воды}} \Delta t_{\text{воды}}}{P} = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,3 \text{ кг} * 75 ^\circ\text{C}}{1000 \text{ Вт}} \approx 95 \text{ с}$$

Ответ: 95.

№4.3+

Душному Олегу стало интересно, как ещё можно использовать его талант. Одноклассники однажды сказали ему:

- Олег! Уже спустя четыре минуты после твоих речей температура в классе повышается на 1 градус, а учительница вообще доходит до кипения!

- Вообще-то, спустя 3 минуты 42 секунды, - возразил Олег.

После чего ему стало интересно: если с учительницей он справляется так оперативно, способен ли он аналогичным образом довести до кипения воду в чашке? Считая массу воздуха в классе равной 200 кг, а теплоёмкость – 1000 Дж/(кг·°С), найдите, сколько секунд необходимо душному Олегу, чтобы вода при начальной температуре 25 градусов, массе 300 грамм и теплоёмкости 4200 Дж/(кг·°С) закипела. Округлите до целого. Считайте, что вся энергия, с которой Олег нагревал класс, тратится только на нагревание воды, а учительница всегда доходила до кипения самостоятельно.

Решение:

Найдём мощность Олега:

$$P = \frac{Q_{\text{возд}}}{\tau} = \frac{c_{\text{возд}} m_{\text{возд}} \Delta t_{\text{возд}}}{\tau} = \frac{1000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} * 222 \text{ кг} * 1 ^\circ\text{C}}{222 \text{ с}} = 1000 \text{ Вт}$$

Время, необходимое для закипания воды:

$$\tau_1 = \frac{Q_{\text{воды}}}{P} = \frac{c_{\text{воды}} m_{\text{воды}} \Delta t_{\text{воды}}}{P} = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,3 \text{ кг} * 80 ^\circ\text{C}}{1000 \text{ Вт}} \approx 101 \text{ с}$$

Ответ: 101.

№4.4

Костю всегда раздражало, что он не мог подобрать оптимальное время для разогрева круассанов в микроволновке: они оказывались либо ещё холодными, либо шоколад внутри уже превращался в лаву. Поэтому однажды он собрался решить вопрос раз и навсегда. Идея была такая: если ему удастся узнать удельную теплоёмкость круассана, то, зная мощность микроволновки, он всегда сможет правильно выставить время и получить круассан желанной температуры. Для этого он сделал следующее: сперва замерил, что 300 грамм воды за 30 секунд нагревается микроволновкой на 9 градусов. Затем на то же время при той же мощности он поместил в микроволновку круассан

массой 90 грамм, и тот нагрелся на 40 градусов. Зная, что теплоёмкость воды – 4200 Дж/(кг·°C), найдите удельную теплоёмкость круассана. Ответ укажите в Дж/(кг·°C), округлите до целого.

Заметим, что найденная теплоёмкость не будет равна истинной теплоёмкости круассана, т.к. коэффициент поглощения микроволн у него иной, чем у воды (а значит, и другая эффективность нагрева). Но решить проблему разогрева Косте это позволит.

Решение:

Эффективная мощность, с которой нагревалась вода, была равна

$$P = \frac{Q_{\text{воды}}}{t} = \frac{0,3 \text{ кг} * 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{C}} * 9 ^\circ\text{C}}{30 \text{ с}} = 378 \text{ Вт}$$

Круассан нагревался с той же мощностью, тогда его удельная теплоёмкость:

$$c_{\text{кр}} = \frac{Pt}{m\Delta T} = \frac{378 \text{ Вт} * 30 \text{ с}}{0,09 \text{ кг} * 40 ^\circ\text{C}} = 3150 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{C}}$$

Ответ: 3150.

№4.4+

Костю всегда раздражало, что он не мог подобрать оптимальное время для разогрева круассанов в микроволновке: они оказывались либо ещё холодными, либо шоколад внутри уже превращался в лаву. Поэтому однажды он собрался решить вопрос раз и навсегда. Идея была такая: если ему удастся узнать удельную теплоёмкость круассана, то, зная мощность микроволновки, он всегда сможет правильно выставить время и получить круассан желанной температуры. Для этого он сделал следующее: сперва замерил, что 300 грамм воды за 30 секунд нагревается микроволновкой на 9 градусов. Затем на то же время при той же мощности он поместил в микроволновку круассан массой 90 грамм, и тот нагрелся на 45 градусов. Зная, что теплоёмкость воды – 4200 Дж/(кг·°C), найдите удельную теплоёмкость круассана. Ответ укажите в Дж/(кг·°C), округлите до целого.

Заметим, что найденная теплоёмкость не будет равна истинной теплоёмкости круассана, т.к. коэффициент поглощения микроволн у него иной, чем у воды (а значит, и другая эффективность нагрева). Но решить проблему разогрева Косте это позволит.

Решение:

Эффективная мощность, с которой нагревалась вода, была равна

$$P = \frac{Q_{\text{воды}}}{t} = \frac{0,3 \text{ кг} * 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{C}} * 9 ^\circ\text{C}}{30 \text{ с}} = 378 \text{ Вт}$$

Круассан нагревался с той же мощностью, тогда его удельная теплоёмкость:

$$c_{\text{кр}} = \frac{Pt}{m\Delta T} = \frac{378 \text{ Вт} * 30 \text{ с}}{0,09 \text{ кг} * 45 ^\circ\text{C}} = 2800 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{C}}$$

Ответ: 2800.

№4.5

Микроволновка нагревает пищу за счёт излучения электромагнитных волн, которые поглощаются пищевыми продуктами. Однако не все вещества одинаково хорошо поглощают такие волны, коэффициент поглощения зависит от строения молекул: например, стеклянная посуда вообще почти не нагревается. Кроме того, есть ряд иных потерь в самой микроволновке.

Косте стало интересно оценить КПД нагревания тарелки супа. Для этого он налил суп массой 400 грамм при температуре 11 °С в стеклянную тарелку, поместил её в микроволновку и включил при мощности 750 Вт на 2 минуты. В результате суп нагрелся до 42 °С. Чему же получился равен КПД нагревания супа? Удельная теплоёмкость супа равна 3500 Дж/(кг·°С). Ответ выразите в процентах, округлив до целого.

Решение

За две минуты в микроволновке будет излучена энергия:

$$Q_{\text{изл}} = Pt = 750 \text{ Вт} * 120 \text{ с} = 90\,000 \text{ Дж}$$

Супом поглощено:

$$Q_{\text{погл}} = cm\Delta t = 3500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{С}} * 0,4 \text{ кг} * 31 ^\circ\text{С} = 43\,400 \text{ Дж}$$

Значит, искомый КПД:

$$\eta = \frac{Q_{\text{погл}}}{Q_{\text{изл}}} = \frac{43\,400 \text{ Дж}}{90\,000 \text{ Дж}} \approx 0,48 = 48\%$$

Ответ: 48.

№4.5

Микроволновка нагревает пищу за счёт излучения электромагнитных волн, которые поглощаются пищевыми продуктами. Однако не все вещества одинаково хорошо поглощают такие волны, коэффициент поглощения зависит от строения молекул: например, стеклянная посуда вообще почти не нагревается. Кроме того, есть ряд иных потерь в самой микроволновке.

Косте стало интересно оценить КПД нагревания тарелки супа. Для этого он налил суп массой 400 грамм при температуре 8 °С в стеклянную тарелку, поместил её в микроволновку и включил при мощности 750 Вт на 2 минуты. В результате суп нагрелся до 42 °С. Чему же получился равен КПД нагревания супа? Удельная теплоёмкость супа равна 3500 Дж/(кг·°С). Ответ выразите в процентах, округлив до целого.

Решение

За две минуты в микроволновке будет излучена энергия:

$$Q_{\text{изл}} = Pt = 750 \text{ Вт} * 120 \text{ с} = 90\,000 \text{ Дж}$$

Супом поглощено:

$$Q_{\text{погл}} = cm\Delta t = 3500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} * ^\circ\text{С}} * 0,4 \text{ кг} * 34 ^\circ\text{С} = 47\,600 \text{ Дж}$$

Значит, искомый КПД:

**ВЫХОДИ
РЕШАТЬ**



$$\eta = \frac{Q_{\text{погл}}}{Q_{\text{изл}}} = \frac{47\,600 \text{ Дж}}{90\,000 \text{ Дж}} \approx 0,53 = 53\%$$

Ответ: 53.

Задачи №5

№5.1

Андрей, услышав указание учителя, что нельзя подключать амперметр к батарее, решил сделать именно это. Но ничего не взорвалось, и амперметр показал ток $I = 2$ А. Эта ситуация смутила Андрея, и он спросил у учителя, почему же не произошло короткое замыкание и не сломался амперметр? На что учитель ему ответил, что в его схеме есть внутреннее сопротивление у батареи и у амперметра. Внутреннее сопротивление амперметра мало и равняется $R_a = 0.1$ Ом, а вот с сопротивлением батареи Андрею повезло: оно было достаточно большим, чтобы не допустить протекания большого тока. Какой ток пойдет через резистор с сопротивлением $R_r = 5$ Ом, если его подключить к этой же батарее? ЭДС батареи - 3 В. Ответ укажите в амперах, округлив до сотых.

Внутреннее сопротивление батареи на схеме можно представлять как резистор, который последовательно соединен с батареей (источником ЭДС). Внутреннее сопротивление амперметра можно аналогично представлять как резистор, который последовательно подключен к идеальному амперметру.

Решение

Запишем закон Ома для каждой из ситуаций.

Ситуация, когда подключаем амперметр к батарее:

$$\varepsilon = I(R_a + R_b)$$

Внутреннее сопротивление батареи обозначено как R_b . Найдем его:

$$R_b = \frac{\varepsilon}{I} - R_a = \frac{3 \text{ В}}{2 \text{ А}} - 0,1 \text{ Ом} = 1,4 \text{ Ом}$$

Найдем теперь ток, который будет протекать через резистор с сопротивлением R_r при его подключении к батарее:

$$\varepsilon = I_1(R_r + R_b)$$
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_r + R_b} = \frac{3 \text{ В}}{5 \text{ Ом} + 1,4 \text{ Ом}} \approx 0,47 \text{ А}$$

Ответ: 0,47.

№5.1+

Андрей, услышав указание учителя, что нельзя подключать амперметр к батарее, решил сделать именно это. Но ничего не взорвалось, и амперметр показал ток $I = 2$ А. Эта ситуация смутила Андрея, и он спросил у учителя, почему же не произошло короткое замыкание и не сломался амперметр? На что учитель ему ответил, что в его схеме есть внутреннее сопротивление у батареи и у

амперметра. Внутреннее сопротивление амперметра мало и равняется $R_a = 0.1$ Ом, а вот с сопротивлением батарейки Андрею повезло: оно было достаточно большим, чтобы не допустить протекания большого тока. Какой ток пойдет через резистор с сопротивлением $R_r = 5$ Ом, если его подключить к этой же батарейке? ЭДС батарейки - 4 В. Ответ укажите в амперах, округлив до сотых.

Внутреннее сопротивление батарейки на схеме можно представлять как резистор, который последовательно соединен с батарейкой (источником ЭДС). Внутреннее сопротивление амперметра можно аналогично представлять как резистор, который последовательно подключен к идеальному амперметру.

Решение

Запишем закон Ома для каждой из ситуаций.

Ситуация, когда подключаем амперметр к батарейке:

$$\varepsilon = I(R_a + R_b)$$

Внутреннее сопротивление батарейки обозначено как R_b . Найдем его:

$$R_b = \frac{\varepsilon}{I} - R_a = \frac{4 \text{ В}}{2 \text{ А}} - 0,1 \text{ Ом} = 1,9 \text{ Ом}$$

Найдем теперь ток, который будет протекать через резистор с сопротивлением R_r при его подключении к батарейке:

$$\varepsilon = I_1(R_r + R_b)$$
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_r + R_b} = \frac{4 \text{ В}}{5 \text{ Ом} + 1,9 \text{ Ом}} \approx 0,58 \text{ А}$$

Ответ: 0,58.

№5.2

Амперметр, который заваялся у кота Котангенса, имеет внутреннее сопротивление $R = 1$ Ом, и предел его измерений составляет $I_1 = 1$ А. Однако для экспериментов коту необходим амперметр с пределом измерений $I_0 = 20$ А. Котангенс догадался, что для увеличения предела измерений он может подключить к амперметру резистор. Резистор с каким сопротивлением и как нужно подключить к амперметру? Сопротивление резистора укажите в омах и округлите до тысячных. Внутреннее сопротивление амперметра можно представлять как резистор, который последовательно подключен к идеальному амперметру.

Если резистор нужно подключать параллельно амперметру, то в ответе укажите его сопротивление со знаком «плюс», а если последовательно - то со знаком «минус». Пример:

1,5 (нужен резистор сопротивлением 1,5 Ом, подключенный параллельно),

-2,2 (нужен резистор сопротивлением 2,2 Ом, подключенный последовательно).

Решение

Заметим сразу, что последовательное подключение резистора к амперметру не увеличит его предел измерения по току, поэтому единственно правильное решение для подключения резистора - параллельное.

Тогда наша схема, по сути, сводится к параллельному соединению резисторов, на которые приходит ток $I_0 = 20$ А, но на резистор с сопротивлением $R_1 = 1$ Ом ответвляется ток $I_1 = 1$ А.

Запишем закон Кирхгофа:

$$R_x(I_0 - I_1) = R_1 I_1,$$

где неизвестное сопротивление обозначено как R_x .

Из уравнения находим R_x :

$$R_x = \frac{R_1 I_1}{I_0 - I_1} = \frac{1 \text{ Ом} * 1 \text{ А}}{20 \text{ А} - 1 \text{ А}} = 0,053 \text{ Ом}$$

Поскольку подключение параллельное, то ответ записываем со знаком «плюс».

Ответ: 0,053.

№5.2+

Амперметр, который заваялся у кота Котангенса, имеет внутреннее сопротивление $R = 1$ Ом, и предел его измерений составляет $I_1 = 1$ А. Однако для экспериментов коту необходим амперметр с пределом измерений $I_0 = 25$ А. Котангенс догадался, что для увеличения предела измерений он может подключить к амперметру резистор. Резистор с каким сопротивлением и как нужно подключить к амперметру? Сопротивление резистора укажите в омах и округлите до тысячных. Внутреннее сопротивление амперметра можно представлять как резистор, который последовательно подключен к идеальному амперметру.

Если резистор нужно подключать параллельно амперметру, то в ответе укажите его сопротивление со знаком «плюс», а если последовательно - то со знаком «минус». Пример:

1,5 (нужен резистор сопротивлением 1,5 Ом, подключенный параллельно),

-2,2 (нужен резистор сопротивлением 2,2 Ом, подключенный последовательно).

Решение

Заметим сразу, что последовательное подключение резистора к амперметру не увеличит его предел измерения по току, поэтому единственно правильное решение для подключения резистора - параллельное.

Тогда наша схема, по сути, сводится к параллельному соединению резисторов, на которые приходит ток $I_0 = 25$ А, но на резистор с сопротивлением $R_1 = 1$ Ом ответвляется ток $I_1 = 1$ А.

Запишем закон Кирхгофа:

$$R_x(I_0 - I_1) = R_1 I_1,$$

где неизвестное сопротивление обозначено как R_x .

Из уравнения находим R_x :

$$R_x = \frac{R_1 I_1}{I_0 - I_1} = \frac{1 \text{ Ом} * 1 \text{ А}}{25 \text{ А} - 1 \text{ А}} = 0,042 \text{ Ом}$$

Поскольку подключение параллельное, то ответ записываем со знаком «плюс».

Ответ: 0,042.

№5.3

Кот Котангенс решил протестировать в деле гоночный электромобиль, который он создал. Для этого он поехал на гоночный трек и замерял разгон. Оказалось, максимальное ускорение достигалось на прямом и горизонтальном участке трека, когда автомобиль увеличивал свою скорость с $V_1 = 20$ м/с до $V_2 = 20.5$ м/с за $t = 0.1$ с. Это ускорение автомобиля было ограничено только лишь силой трения колес о полотно трека. Котангенс хотел двигаться с ускорением на всём треке, но понимал, что в поворотах такой возможности уже не будет. Поэтому ему стало интересно: до какой максимальной скорости он может разогнаться в повороте, не вызывая заноса, двигаясь с ускорением 4 м/с², прежде ему придётся начать уменьшать ускорение? Радиус поворота – 75 метров. Ответ приведите в метрах в секунду, округлите до целого. Плоскость гоночного трека горизонтальна.

Решение

Отметим сразу, что единственная сила, которая может менять скорость автомобиля -

это сила трения колес о дорогу.

Разгон на прямом участке пути дает информацию о максимальном ускорении автомобиля. Это ускорение ограничено только максимальной силой трения колес автомобиля о трек, как указано в условии.

$$a_{\text{макс}} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{20,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,1 \text{ с}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

При движении по окружности (то есть в повороте) центростремительное ускорение создаёт сила трения, направленная нормально (перпендикулярно) относительно скорости движения. Кроме того, по условию Котангенс разгоняется с тангенциальным ускорением 4 м/с^2 , направленным вдоль скорости движения. Таким образом, итоговое ускорение складывается из векторной суммы нормального и тангенциального ускорений и оно не должно превышать 5 м/с^2 . Отсюда можем найти предельно возможное нормальное, то есть центростремительное ускорение:

$$a_{\text{центр}} = \sqrt{a_{\text{макс}}^2 - a_{\text{танг}}^2} = \sqrt{25^2 - 16^2} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Максимально возможная скорость, при которой такого ускорения ещё будет хватать для движения по окружности:

$$a_{\text{центр}} = \frac{v^2}{R}$$
$$v = \sqrt{Ra} = \sqrt{75 \text{ м} * 3 \text{ м/с}^2} \approx 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Однако, из условия не считается однозначно, что 4 м/с^2 — это именно тангенциальное ускорение, и можно воспринять его как предельное центростремительное ускорение. В этом случае скорость будет равна

$$v = \sqrt{Ra} = \sqrt{75 \text{ м} * 4 \text{ м/с}^2} \approx 17 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 15 или 17.

№5.3+

Кот Котангенс решил протестировать в деле гоночный электромобиль, который он создал. Для этого он поехал на гоночный трек и замерял разгон. Оказалось, максимальное ускорение достигалось на прямом и горизонтальном участке трека, когда автомобиль увеличивал свою скорость с $V_1 = 20 \text{ м/с}$ до $V_2 = 20.5 \text{ м/с}$ за $t = 0.1 \text{ с}$. Это ускорение автомобиля было ограничено только лишь силой трения колес о полотно трека. Котангенс хотел двигаться с ускорением на всём треке, но понимал, что в поворотах такой возможности уже не будет. Поэтому

ему стало интересно: до какой максимальной скорости он может разогнаться в повороте, не вызывая заноса, двигаясь с ускорением 3 м/с^2 , прежде ему придётся начать уменьшать ускорение? Радиус поворота – 75 метров. Ответ приведите в метрах в секунду, округлите до целого. Плоскость гоночного трека горизонтальна.

Решение

Отметим сразу, что единственная сила, которая может менять скорость автомобиля -

это сила трения колес о дорогу.

Разгон на прямом участке пути дает информацию о максимальном ускорении автомобиля. Это ускорение ограничено только максимальной силой трения колес автомобиля о трек, как указано в условии.

$$a_{\text{макс}} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{20,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,1 \text{ с}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

При движении по окружности (то есть в повороте) центростремительное ускорение создаёт сила трения, направленная нормально (перпендикулярно) относительно скорости движения. Кроме того, по условию Котангенс разгоняется с тангенциальным ускорением 3 м/с^2 , направленным вдоль скорости движения. Таким образом, итоговое ускорение складывается из векторной суммы нормального и тангенциального ускорений и оно не должно превышать 5 м/с^2 . Отсюда можем найти предельно возможное нормальное, то есть центростремительное ускорение:

$$a_{\text{центр}} = \sqrt{a_{\text{макс}}^2 - a_{\text{танг}}^2} = \sqrt{25^2 - 9^2} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Максимально возможная скорость, при которой такого ускорения ещё будет хватать для движения по окружности:

$$a_{\text{центр}} = \frac{v^2}{R}$$
$$v = \sqrt{Ra} = \sqrt{80 \text{ м} * 4 \text{ м/с}^2} \approx 17 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Однако, из условия не считывается однозначно, что 3 м/с^2 — это именно тангенциальное ускорение, и можно воспринять его как предельное центростремительное ускорение. В этом случае скорость будет равна

$$v = \sqrt{Ra} = \sqrt{75 \text{ м} * 3 \text{ м/с}^2} \approx 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 15 или 17.

№5.4

Кот Котангенс решил создать квантовый компьютер, но для этого ему потребовалась проводящая проволока. Он съездил на два производства: на первом ему предложили моток проволоки массы m с поперечным диаметром проволоки d , а на втором - моток проволоки массы $3m$ с поперечным диаметром проволоки $3d$. При этом материал, используемый на производствах, был абсолютно одинаковым. Найдите отношение сопротивлений проволок первого мотка и второго мотка. В ответе укажите значение частного R_1/R_2 , округлив до целого.

Решение

Обозначим ρ - плотность вещества, α - удельное сопротивление, $S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь сечения первой проволоки. Рассмотрим формулу полного сопротивления проволоки через удельное сопротивление:

$$R = \frac{\alpha l}{S}$$

Масса проволоки:

$$m = \rho l S \rightarrow l = \frac{m}{\rho S}$$

α и ρ для первого и второго мотка одинаковы.

$$R_1 = \frac{\alpha m}{\rho S_1^2}$$

Площадь поперечного сечения второй проволоки больше в 9 раз, поскольку ее диаметр больше в 3 раза.

$$R_2 = \frac{3\alpha m}{81\rho S_1^2}$$

Искомое отношение:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\alpha m}{\rho S_1^2}}{\frac{3\alpha m}{81\rho S_1^2}} = 27$$

Ответ: 27.

№5.4+

Кот Котангенс решил создать квантовый компьютер, но для этого ему потребовалась проводящая проволока. Он съездил на два производства: на первом ему предложили моток проволоки массы m с поперечным диаметром проволоки d , а на втором - моток проволоки массы $2m$ с поперечным диаметром проволоки $2d$. При этом материал, используемый на производствах, был абсолютно одинаковым. Найдите отношение сопротивлений проволок первого мотка и второго мотка. В ответе укажите значение частного R_1/R_2 , округлив до целого.

Решение

Обозначим ρ - плотность вещества, α - удельное сопротивление, $S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь сечения первой проволоки. Рассмотрим формулу полного сопротивления проволоки через удельное сопротивление:

$$R = \frac{\alpha l}{S}$$

Масса проволоки:

$$m = \rho l S \rightarrow l = \frac{m}{\rho S}$$

α и ρ для первого и второго мотка одинаковы.

$$R_1 = \frac{\alpha m}{\rho S_1^2}$$

Площадь поперечного сечения второй проволоки больше в 4 раза, поскольку ее диаметр больше в 2 раза.

$$R_2 = \frac{2\alpha m}{16\rho S_1^2}$$

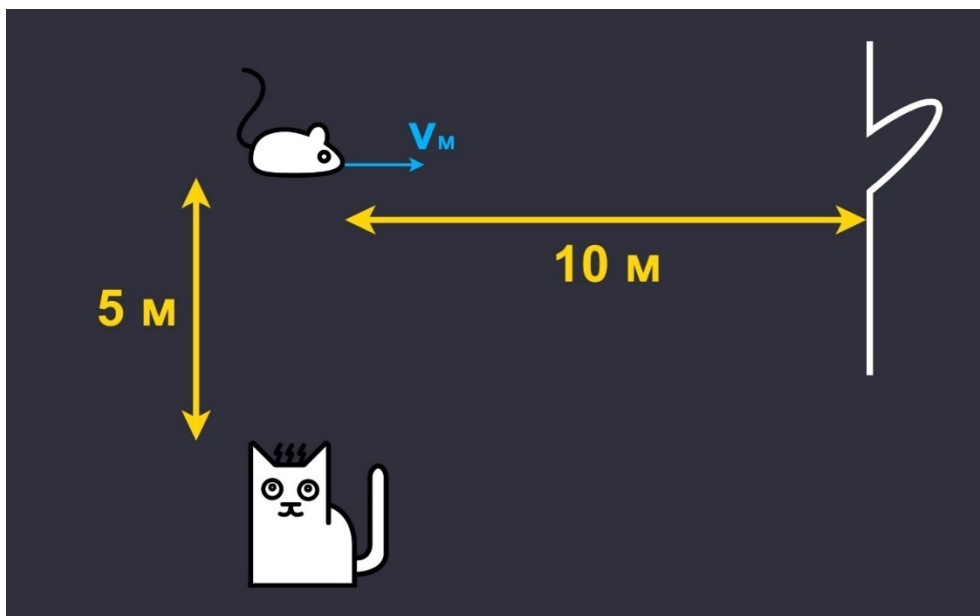
Искомое отношение:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{\alpha m}{\rho S_1^2}}{\frac{2\alpha m}{16\rho S_1^2}} = 8$$

Ответ: 8.

№5.5

Котангенс - кот учёный, что никогда не охотился на мышей. Но однажды в качестве тимбилдинга на работе их команду отправили на ловлю мышей - и ему ничего не оставалось, кроме как поучаствовать в этом простолюдинском состязании. Однако прежде, чем тратить силы, он решил понаблюдать и изучить ситуацию: оказалось, что мыши обычно двигаются по прямой к ближайшей норке с постоянной скоростью $v_M = 2,5$ м/с. Заприметив очередную мышь в 5 метрах перед собой, Котангенс не стал бежать сразу по направлению на неё, как делают его товарищи, а выбрал оптимальную траекторию, чтобы поймать мышь при минимальных усилиях (то есть при минимальной средней скорости). Чему равна эта скорость? Начальное положение кота, мыши и норки приведены на рисунке, в этот момент линия, соединяющая Котангенса и мышь, перпендикулярна линии, соединяющей мышь и нору, а расстояние от мыши до норы – 10 м. Ответ приведите в м/с, округлив до десятых.



Решение

Обозначим M – точка исходного положения мыши, K - кота.

Обозначим F – точка, в которой кот догонит мышь (финиш).

Обозначим $v_M = 2.5$ м/с – скорость мыши, v_K – средняя скорость кота, t - время движения мыши от M до F .

Чтобы добраться от K до F с минимально возможной средней скоростью при заданном постоянном времени в пути t , кот должен выбрать кратчайшую траекторию. Как известно из геометрии, это – отрезок прямой KF .

$t \leq t_{\text{макс}} = \frac{10 \text{ м}}{2.5 \text{ м/с}} = 4 \text{ с}$ – условие того, что кот успеет поймать мышь.

Длина $MF = v_M * t$. Из прямоугольного треугольника MKF

$$v_K^2 * t^2 = KF^2 = MF^2 + MK^2 = v_M^2 * t^2 + 25.$$

$$v_k^2 = v_m^2 + \frac{25}{t^2}$$

Минимальное значение v_k достигается при максимальном значении t

$$v_{k \text{ мин}}^2 = v_m^2 + \frac{25}{t_{\text{макс}}^2}$$

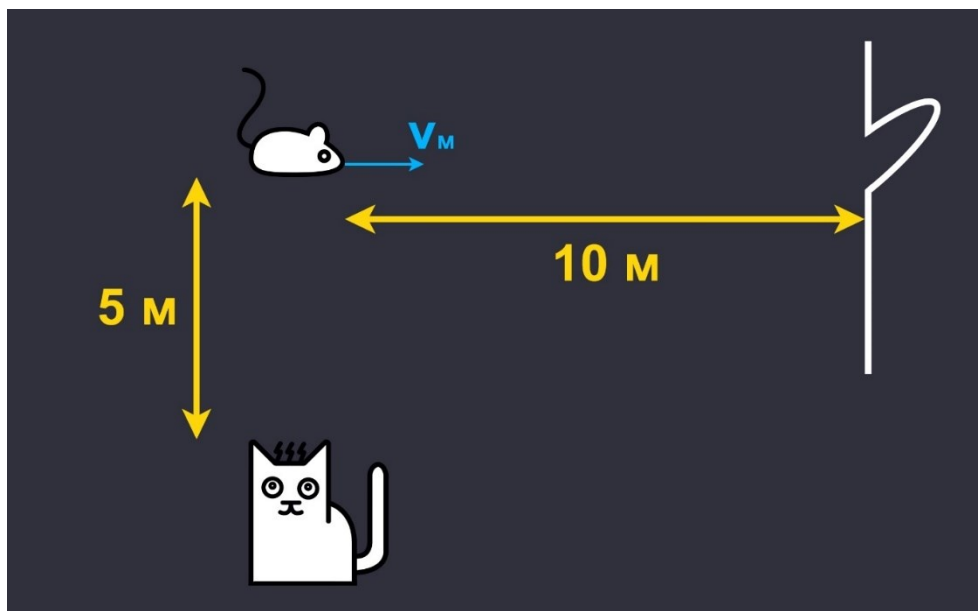
$$v_{k \text{ мин}}^2 = 2.5^2 + \frac{25}{4^2} = 7.8125$$

$$v_{k \text{ мин}} \approx 2.8 \text{ м/с.}$$

Ответ: 2,8.

№5.5+

Котангенс - кот учёный, что никогда не охотился на мышей. Но однажды в качестве тимбилдинга на работе их команду отправили на ловлю мышей - и ему ничего не оставалось, кроме как поучаствовать в этом простоянском состязании. Однако прежде, чем тратить силы, он решил понаблюдать и изучить ситуацию: оказалось, что мыши обычно двигаются по прямой к ближайшей норке с постоянной скоростью $v_m = 3 \text{ м/с}$. Заприметив очередную мышь в 5 метрах перед собой, Котангенс не стал бежать сразу по направлению на неё, как делают его товарищи, а выбрал оптимальную траекторию, чтобы поймать мышь при минимальных усилиях (то есть при минимальной средней скорости). Чему равна эта скорость? Начальное положение кота, мыши и норки приведены на рисунке, в этот момент линия, соединяющая Котангенса и мышь, перпендикулярна линии, соединяющей мышь и нору, а расстояние от мыши до норы – 10 м. Ответ приведите в м/с, округлив до десятых.



Решение

Обозначим М – точка исходного положения мыши, К - кота.

Обозначим F – точка, в которой кот догонит мышь (финиш).

Обозначим $v_m = 3$ м/с – скорость мыши, v_k – средняя скорость кота, t - время движения мыши от М до F.

Чтобы добраться от К до F с минимально возможной средней скоростью при заданном постоянном времени в пути t , кот должен выбрать кратчайшую траекторию. Как известно из геометрии, это – отрезок прямой KF.

$t \leq t_{\text{макс}} = \frac{10 \text{ м}}{3 \text{ м/с}} = 3,33 \text{ с}$ – условие того, что кот успеет поймать мышь.

Длина MF = $v_m * t$. Из прямоугольного треугольника MKF

$$v_k^2 * t^2 = KF^2 = MF^2 + MK^2 = v_m^2 * t^2 + 25.$$

$$v_k^2 = v_m^2 + \frac{25}{t^2}.$$

Минимальное значение v_k достигается при максимальном значении t

$$v_{k \text{ мин}}^2 = v_m^2 + \frac{25}{t_{\text{макс}}^2}.$$

$$v_{k \text{ мин}}^2 = 3^2 + \frac{25}{3,33^2} = 8,5045$$

$$v_{k \text{ мин}} \approx 3.4 \text{ м/с}.$$

Ответ: 3,4.